

—座学実験一体型教科書シリーズ第1巻—

電気回路

付録

古橋 武

付 録 A ADALM2000 のハードウェア	237
A.1 ADALM2000 のピン配置	237
A.2 関数発生器	238
A.3 オシロスコープ	238
A.4 直流電圧源	238
付 録 B ADALM2000 のソフトウェア	241
B.1 ADALM2000 のドライバと Scopy のインストール	241
B.2 Scopy の起動	241
B.3 関数発生器 (Signal Generator)	241
B.3.1 関数発生器の選択と起動／停止	241
B.3.2 直流電圧の設定	243
B.3.3 正弦波の設定	244
B.3.4 矩形波の設定	246
B.3.5 台形波の設定	247
B.3.6 三角波, のこぎり波の設定	248
B.3.7 マルチウィンドウ	248
B.3.8 任意波形の設定	249
B.4 オシロスコープ (Oscilloscope)	251
B.4.1 オシロスコープの選択と起動／停止	251
B.4.2 トリガ設定	252
B.4.3 ヒステリシス設定の効果	254
B.4.4 CH1, 2 の設定	255
B.4.5 カーソル (Cursors) の利用	257
B.4.6 計測 (Measure) の設定	257
B.4.7 計算 (Math) の設定	260
B.4.8 オシロスコープ画面の保存	261
B.4.9 データの保存 (Export)	262
B.5 スペクトル解析器 (Spectrum Analyzer)	263
B.5.1 スペクトル解析器の起動／停止	263

B.5.2	データ平均化法, フィルタ選択	263
B.5.3	周波数範囲, 電圧範囲設定	264
B.5.4	データの保存 (Export)	266
B.6	ネットワークアナライザ (Network Analyzer)	266
B.6.1	周波数特性実験回路の配線例	266
B.6.2	ネットワークアナライザの設定	267
B.6.3	カーソル (Cursors) の利用	269
B.6.4	データの保存 (Export)	270
B.7	電圧計 (Voltmeter) の精度	271
B.7.1	1+, 1-, 2+, 2- ピンと G ピン間電圧の精度	271
B.7.2	差分電圧の精度	272
B.8	電源 (Power Supply)	273

付 録 C 演習解答 275

C.1	演習 2.7.1 解答 電流の実効値	275
C.2	演習 3.5.1 解答 コイルの並列接続	276
C.3	演習 3.6.1 解答 コンデンサの並列接続	276
C.4	演習 4.2.1 解答 $R-L$ 直列回路の抵抗電圧	277
C.5	演習 4.2.2 解答 $R-L$ 直列回路のインダクタンス電圧	278
C.6	演習 4.2.3 解答 コイルの巻き線抵抗による位相差	279
C.7	演習 4.2.4 解答 $R-L$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性	280
C.8	演習 4.2.5 解答 $R-L$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性 (巻き線抵抗補正)	281
C.9	演習 4.2.6 解答 $R-C$ 直列回路の抵抗電圧	281
C.10	演習 4.2.7 解答 $R-C$ 直列回路のキャパシタンス電圧	283
C.11	演習 4.2.8 解答 コンデンサの抵抗成分による位相差	284
C.12	演習 4.2.9 解答 $R-C$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性	285
C.13	演習 4.2.10 解答 $R-L-C$ 直列回路の抵抗電圧	286
C.14	演習 4.2.11 解答 $R-L-C$ 直列回路のリアクタンス電圧	287
C.15	演習 4.2.12 解答 $R-L-C$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性	289
C.16	演習 4.2.13 解答 $R-L-C$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性 (抵抗成分補正)	289
C.17	演習 4.3.1 解答 $R-L$ 並列回路のアドミタンスの周波数特性	290
C.18	演習 4.3.2 解答 $R-L$ 並列回路のアドミタンスの周波数特性 (巻き線抵抗補正)	291
C.19	演習 4.3.3 解答 $R-C$ 並列回路のアドミタンス	292
C.20	演習 4.3.4 解答 $R-C$ 並列回路のアドミタンスの周波数特性	293
C.21	演習 4.3.5 $R-L-C$ 並列回路のアドミタンス	294
C.22	演習 4.3.6 解答 $R-L-C$ 並列回路のアドミタンスの周波数特性	294
C.23	演習 4.3.7 $R-L$ 並列回路と等価な直列回路	296
C.24	演習 5.6.1 解答 $R-C$ 直列回路のベクトル図	296
C.25	演習 5.6.2 解答 周波数 f に無関係に $V_{CR} = 0$ とする回路のベクトル図	297
C.26	演習 5.7.1 解答 $\omega L < 1/\omega C$ の場合の $R-L-C$ 直列回路のベクトル図	298
C.27	演習 5.7.2 解答 $R-L-C$ 直列回路においてコイル・コンデンサの抵抗成分を考慮したベクトル図	299
C.28	演習 5.8.1 解答 $R-L$ 並列回路のベクトル図	300
C.29	演習 5.8.2 解答 $R-L$ 並列回路 (コイルの巻き線抵抗 R_L を考慮) のベクトル図	301

C.30 演習 5.9.1 解答 $R-C$ 並列回路のベクトル図	303
C.31 演習 5.9.2 解答 $R-C$ 並列回路のアドミタンス計測実験回路のベクトル図	303
C.32 演習 5.10.1 解答 $R-L-C$ 並列回路のベクトル図	304
C.33 演習 5.10.2 解答 $R-L-C$ 並列回路のアドミタンス計測実験回路のベクトル図	305
C.34 演習 5.10.3 解答 $R//L + R//C$ 回路のインピーダンス計測実験のベクトル図	305
C.35 演習 6.3.1 解答 抵抗/インダクタンス/キャパシタンスの有効・無効電力	306
C.36 演習 6.3.2 解答 $R-C$ 負荷の電力	307
C.37 演習 7.2.1 解答 電流源を持つ等価電源への変換	307
C.38 演習 7.4.1 解答 閉路解析法による回路解析	308
C.39 演習 7.6.1 解答 鳳 - テブナンの定理によるブリッジ回路の解法	308
C.40 演習 9.2.1 解答 Q とインダクタンス電圧の関係	309
C.41 演習 9.2.2 解答 実験 4.2.4 の Q 値	309
C.42 演習 9.2.3 解答 Q 値の計測実験のベクトル図	309
C.43 演習 9.2.4 解答 v_C が v'_C の代用となる根拠	310
C.44 演習 9.2.5 解答 関数発生器 (Signal Generator) の内部抵抗	310
C.45 演習 9.3.1 解答 $R-L-C$ 直列回路 (理想回路) のインダクタンス電圧の周波数特性	311
C.46 演習 9.5.1 解答 並列共振回路の Q 値	312
C.47 演習 9.5.2 解答 Q とキャパシタンス電流/インダクタンス電流の関係	313
C.48 演習 9.5.3 解答 $R-L-C$ 並列回路 (理想回路) の周波数特性	313
C.49 演習 9.5.4 解答 $R-L-C$ 並列回路 (抵抗成分を含む等価回路) の周波数特性	314
C.50 演習 10.1.1 解答 相互インダクタンス誘起電圧の極性	315
C.51 演習 10.1.2 解答 コイルの巻き線抵抗による位相差	316
C.52 演習 10.2.1 解答 負荷 Z を持つ変成器の電圧・電流	317
C.53 演習 10.2.2 解答 負荷 R を持つ変成器の電圧・電流ベクトル図	318
C.54 演習 10.2.3 解答 負荷 R を持つ変成器の電圧・電流 (巻き線抵抗を考慮)	319
C.55 演習 10.3.1 解答 結合係数	320
C.56 演習 10.3.2 解答 $M < 0$ の場合の M と結合係数 k との関係	320
C.57 演習 10.3.3 解答 負荷 R を持つ変成器の電圧・電流ベクトル図 (結合係数 $k=1$)	320
C.58 演習 11.4.1 解答 加算回路	321
C.59 演習 12.2.1 解答 相電圧と線間電圧の関係	322
C.60 演習 12.3.1 解答 相電流と線電流の関係	323
C.61 演習 12.2.2 解答 v_u, v_v から v_w を作る方法	323
C.62 演習 12.3.2 解答 Δ 形結線でも 3 相回路のメリットが成立	323
C.63 演習 13.5.1 解答 矩形波のフーリエ級数	324
C.64 演習 13.5.2 解答 矩形波 (偶関数) のフーリエ級数	325
C.65 演習 13.5.3 解答 三角波 (奇関数) のフーリエ級数	325
C.66 演習 13.5.4 解答 三角波 (偶関数) のフーリエ級数	326
C.67 演習 13.5.5 解答 のこぎり波のフーリエ級数	327
C.68 演習 14.1.1 解答 $R-C$ 回路による 1 次ハイパスフィルタの理論	327
C.69 演習 14.2.1 解答 電圧比 $= -3$ [dB] とするカットオフ周波数	328

付 録 D 実験課題解答	329
D.1 実験課題 2.5.1 解答	329
D.1.1 位相差 $\pi/2$ の波形発生実験結果	329
D.1.2 位相差 $\pi/2$ の波形発生実験回路の配線	330
D.1.3 Scopy の設定	330
D.2 実験課題 2.5.2 解答	331
D.2.1 $R - C$ 直列回路の位相差測定結果	331
D.2.2 位相差測定実験用 $R - C$ 直列回路の配線	333
D.2.3 Scopy の設定	334
D.3 実験課題 2.5.3 解答	336
D.3.1 $R - L$ 直列回路の位相差測定結果	336
D.3.2 位相差測定実験用 $R - L$ 直列回路の配線	337
D.4 実験課題 2.7.1 解答 実効値測定実験 1	338
D.5 実験課題 3.2.1 解答	340
D.5.1 コイル電流のコイル電圧に対する位相差測定実験結果	340
D.5.2 コイルの電圧と電流の位相差測定実験回路の配線	341
D.6 実験課題 3.3.1 解答	341
D.6.1 コンデンサの電圧と電流の位相差測定実験結果	341
D.6.2 コンデンサの電圧と電流の位相差測定実験回路の配線	343
D.7 実験課題 3.4.1 解答	343
D.7.1 抵抗の直列接続実験結果	343
D.7.2 抵抗の直列接続実験回路の配線	344
D.8 実験課題 3.4.3 解答	344
D.8.1 抵抗の並列接続実験結果	344
D.8.2 抵抗の並列接続実験回路の配線	345
D.9 実験課題 3.5.1 解答 コイルの直列接続実験	346
D.10 実験課題 3.5.2 解答 コイルの並列接続実験	346
D.11 実験課題 3.6.1 解答 コンデンサの直列接続実験	347
D.12 実験課題 3.6.2 解答 コンデンサの並列接続実験	348
D.13 実験課題 4.1.1 解答 誘導性リアクタンスの計測	349
D.14 実験課題 4.1.2 解答 容量性リアクタンスの計測	350
D.15 実験課題 4.2.1 解答 $R - L$ 直列回路のインピーダンスの計測	351
D.16 実験課題 4.2.2 解答 $R - C$ 直列回路のインピーダンスの計測	353
D.17 実験課題 4.2.3 解答 $R - L$ 直列回路と $R - C$ 直列回路の間の電圧計測	354
D.18 実験課題 4.2.4 解答 $R - L - C$ 直列回路のインピーダンスの計測	355
D.19 実験課題 4.2.5 解答 $R - L - C$ 直列回路を利用した抵抗成分計測実験	356
D.20 実験課題 4.3.1 解答 $R - L$ 並列回路のアドミタンス計測	358
D.21 実験課題 4.3.2 解答例 $R - C$ 並列回路のアドミタンス計測実験	359
D.22 実験課題 4.3.3 解答 $R - L - C$ 並列回路のアドミタンス計測実験	360
D.23 実験課題 4.3.4 解答 $R//L + R//C$ 回路のインピーダンスの計測	362
D.24 実験課題 4.3.5 解答 $R - L$ 直列回路と等価な並列回路	363
D.25 実験課題 4.3.6 解答 $R - L$ 並列回路と等価な直列回路	364
D.26 実験課題 5.5.1 解答 R-L 直列回路のベクトル図・ベクトル軌跡描画	365
D.27 実験課題 5.6.1 解答 R-C 直列回路のベクトル図・ベクトル軌跡描画	368

D.28 実験課題 5.6.2 解答 周波数 f に無関係に $ V_x = (\text{一定})$ とする回路のベクトル図	369
D.29 実験課題 6.2.1 解答 インダクタンスの瞬時電力計測	371
D.30 実験課題 6.2.2 解答 キャパシタンスの瞬時電力計測	373
D.31 実験課題 6.3.1 解答 R-L 負荷の電力計測	375
D.32 実験課題 6.3.2 解答 R-C 負荷の電力計測	376
D.33 実験課題 7.2.1 解答 関数発生器 (Signal Generator) の内部抵抗計測実験	377
D.34 実験課題 7.3.1 解答 節点解析法による回路解析	379
D.35 実験課題 7.4.1 解答 定抵抗回路	381
D.36 実験課題 7.5.1 解答 重ねの理を利用した電圧計測実験	382
D.37 実験課題 7.6.1 解答 鳳 - テブナンの定理を利用した電圧計測実験	384
D.38 実験課題 7.7.1 解答 ブリッジ回路のバランス条件と計測実験	387
D.39 実験課題 8.3.1 解答 $R - L$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性計測実験	388
D.40 実験課題 8.3.2 解答 $R - C$ 直列回路のキャパシタンス電圧の周波数特性計測実験	389
D.41 実験課題 9.3.1 解答 $R - L - C$ 直列回路のキャパシタンス電圧周波数特性の計測実験	390
D.42 実験課題 9.3.2 解答 コイルとコンデンサ直列回路のインダクタンス電圧周波数特性計測実験	391
D.43 実験課題 9.5.1 解答 $R - L - C$ 並列回路の周波数特性	393
D.44 実験課題 10.1.1 解答 誘起電圧 v_2 の計測実験	394
D.45 実験課題 10.2.1 解答 負荷 R を接続した変成器の V_2 計測実験	395
D.46 実験課題 10.4.1 解答 変成器のコイルを直列接続した場合の合成インダクタンス計測実験	396
D.47 実験課題 10.4.2 解答 抵抗 R の両端電圧を 0 [V] とする条件	396
D.48 実験課題 11.3.1 解答 非反転増幅回路の計測実験	398
D.49 実験課題 11.4.1 解答 加算回路の計測実験	398
D.50 実験課題 11.5.1 解答 $Z_2 = (R - C \text{ 並列回路})$ の反転増幅回路の周波数特性	400
D.51 実験課題 12.2.1 解答 3 相回路の電圧計測実験	400
D.52 実験課題 12.3.1 解答 Δ 形結線の線電流と相電流の計測実験	401
D.53 実験課題 12.4.1 解答例 Y - Δ 変換による等価回路の計測実験	403
D.54 実験課題 12.5.1 解答例 平衡負荷の瞬時電力の計測実験	404
D.55 実験課題 13.2.1 解答 のこぎり波のスペクトル解析	406
D.56 実験課題 13.3.1 解答 三角波の合成とスペクトル解析	406
D.57 実験課題 13.5.1 解答 生成波形のフーリエ級数とスペクトル解析	407
D.58 実験課題 13.7.1 解答 抵抗電圧の解析 (第 5 高調波までの矩形波)	408
D.59 実験課題 13.7.2 解答 0.1, 0.5, 1, 5, 10 [kHz] 成分を持つひずみ波交流の回路解析	409
D.60 実験課題 13.8.1 解答 第 5 高調波までの矩形波の実効値	412
D.61 実験課題 13.8.3 解答 矩形波の実効値	413
D.62 実験課題 13.9.1 解答 第 5 高調波までの矩形波を印加した場合の $R - C$ 直列回路の電力	413
D.63 実験課題 14.1.1 解答 $R - C$ 回路による 1 次ハイパスフィルタの計測実験	416
D.64 実験課題 14.1.2 解答 オペアンプによる 1 次ハイパスフィルタの計測実験	417
D.65 実験課題 14.2.1 解答 $R - C$ 回路による 2 次ローパスフィルタの計測実験	419
D.66 実験課題 14.2.2 解答 カットオフ周波数が同じである 1 次, 2 次ローパスフィルタの周波数特性	420
D.67 実験課題 14.2.3 解答 オペアンプによる 1 次ローパスフィルタの 2 段接続フィルタの計測実験	422
D.68 実験課題 14.2.4 解答 バターワースフィルタの計測実験	422

索引	426
----	-----

関連図書	426
------	-----

付 録 A ADALM2000 のハードウェア

A.1 ADALM2000 のピン配置

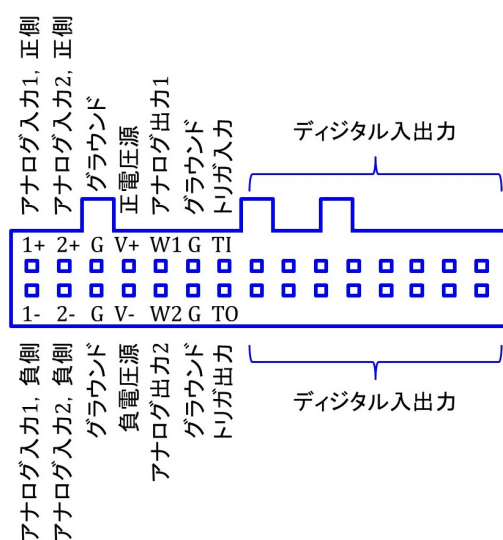


図 A.1: ADALM2000 のピン配置

図 A.1 は USB 計測器 (ADALM2000) のピン配置です。各ピンの機能は以下の通りです。

1. アナログ入力 (Analog Input)

1±, 2± ピンがオシロスコープ、ネットワークアナライザ、スペクトラムアナライザの入力ピンです。

2. グラウンド (Ground) G

基準電位用のピンです。アナログ入力、電圧源、アナログ出力、トリガ入力のいずれのピンも G ピンを基準電位としています。

3. 正／負電圧源 (Positive/Negative Supply)

V+, V- は直流電圧源の出力ピンです。正電圧源は V+ ピンと G ピン間に正の直流電圧を出力し、負電圧源は V- ピンと G ピン間に負の直流電圧を出力します。

4. アナログ出力 (Analog Output)

W1 ピンと G ピン間 (CH1 出力電圧)、および、W2 ピンと G ピン間 (CH2 出力電圧) に直流電圧、正弦波電圧、矩形波電圧、三角波電圧、台形波電圧、のこぎり波電圧、ユーザ定義の任意波形電圧を出力できます。

5. トリガ入力／出力 (Trigger Input/Output)

TI, TO はトリガ信号の入力／出力ピンです。オシロスコープの描画のタイミング信号には、アナログ入力 1, 2 のいずれか (**内部トリガ信号**と呼びます。), および、トリガ入力からの信号 (**外部トリガ信号**と呼びます。) を選択できます。TI ピンと G ピン間の電圧が外部トリガ信号となります。アナログ入力とは別の情報を基に描画のタイミングを決めてアナログ入力波形を観測したい場合に使います。TO は ADALM2000 内で判定された描画のタイミングを矩形波信号で出力するピンです。矩形波信号のパルス幅は 1 [ms] です。

A.2 関数発生器

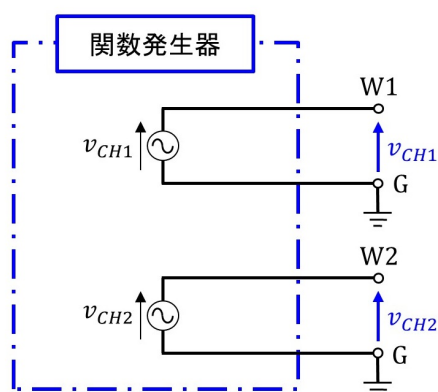


図 A.2: 関数発生器の等価回路

図 A.2 は ADALM2000 の **関数発生器 (Signal Generator)** の簡略ブロック図です。信号電圧源 v_{CH1} , v_{CH2} には、正弦波 (Sine), 矩形波 (Square), 三角波 (Triangle), 台形波 (Trapezoidal), のこぎり波 (Sawtooth) に加えて、ユーザが定義できる任意波形を出力できます。任意波形のデータには .wav, .csv などのファイル形式が使えます。W1 ピンと G ピン間に v_{CH1} が出力され、W2 ピンと G ピン間に v_{CH2} が出力されます。

A.3 オシロスコープ

図 A.3 は ADALM2000 の **オシロスコープ (Oscilloscope)** の簡略ブロック図です。1+ のアナログ入力 は、1+ ピンと G ピン間の電圧 (v_{CH1+} とします。) を内部の回路に取り入れます。1- は 1- ピンと G ピン間の電圧 (v_{CH1-} とします。) を取り入れます。そして、オシロスコープ画面には両電圧の差の電圧 ($K(v_{CH1+} - v_{CH1-})$) を表示します。2+ /- のピンも同様です。

A.4 直流電圧源

図 A.4 は ADALM2000 の **正／負電圧源** の簡略ブロック図です。正電圧源は正の直流電圧 V_{Pos} を V+ ピンとグラウンド・ピン間に出力します。負電圧源は負の直流電圧 V_{Neg} を V- ピンとグラウンド・ピン間

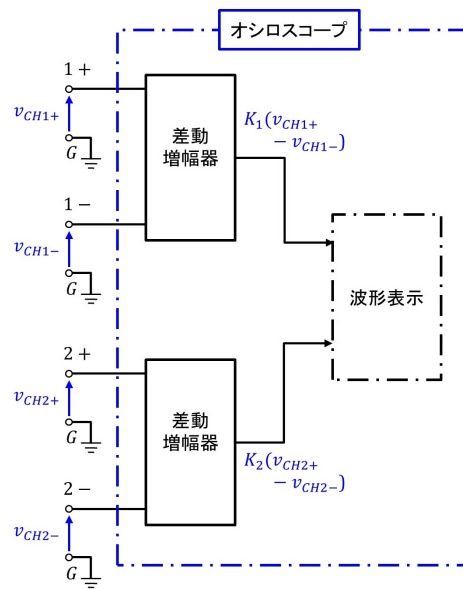


図 A.3: オシロスコープ簡略ブロック図

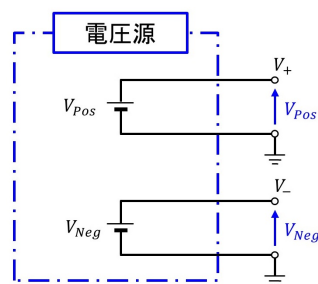


図 A.4: ADALM2000 の電圧源簡略ブロック図

に出力します。正負電圧源の機能が、Scopy の場合 Power Supply です。Scopy では、 V_{Pos} は正の値のみ、 V_{Neg} は負の値のみを設定できます。

付 録 B ADALM2000 のソフトウェア

B.1 ADALM2000 のドライバと Scopy のインストール

ADALM2000 のドライバと Scopy のインストールは [ADALM2000 Quick Start](#) を参照してください。無事インストールが済めば、デスクトップ上に Scopy のアイコンが作られます。このアイコンを左ダブルクリックすることで Scopy を起動できます。

B.2 Scopy の起動

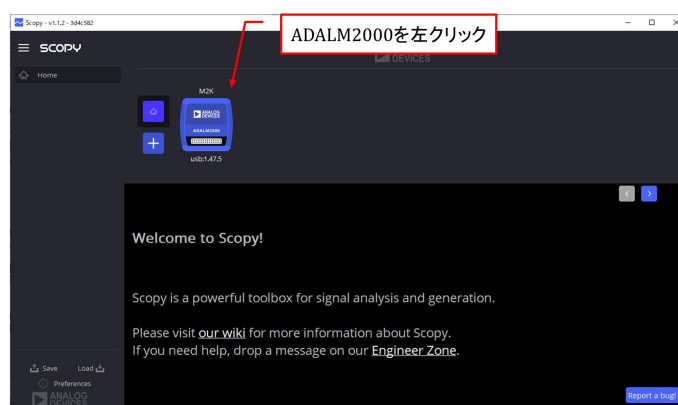


図 B.1: Scopy の立ち上げ画面

デスクトップ上の Scopy のアイコンにカーソルを合わせてマウスの左ボタンを 2 回連続クリック（左ダブルクリックと呼びます。）すると Scopy が立ち上がります。図 B.1 は Scopy の立ち上げ画面です。ADALM2000 を USB ケーブルでパソコンに接続すると、自動的に図のような ADALM2000 のシンボルが現れます。このシンボルにカーソルを合わせてマウスの左ボタンを 1 回クリック（左クリックと呼びます。）します。

すると、図 B.2 の ADALM2000 との接続 (Connect) ボタンが現れます。このボタンを左クリックすると、Scopy は ADALM2000 に接続して、校正 (Calibration) をします。Connect ボタンが Disconnect ボタンに変われば準備完了です。なお、Disconnect ボタンを押せば Scopy は ADALM2000 を切り離します。

B.3 関数発生器 (Signal Generator)

B.3.1 関数発生器の選択と起動／停止

図 B.3 は関数発生器の選択と起動／停止、および、CH1 のオン／オフと設定画面表示の各ボタンを示します。



図 B.2: ADALM2000 との接続

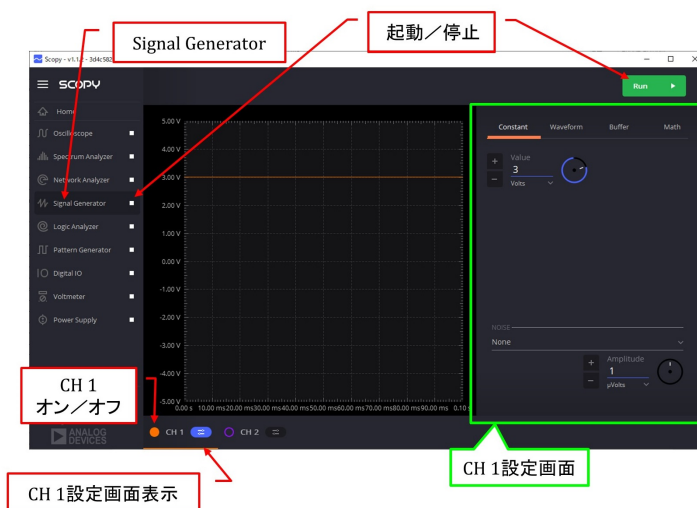


図 B.3: 関数発生器の選択と起動/停止, CH1 のオン/オフと設定画面表示の各ボタン

1. Signal Generator の選択

Signal Generator の文字を左クリックすると Scopy の中央画面は関数発生器が出力する波形用の画面に切り替わります。

2. CH1 オン/オフ

CH1 の左横の丸印が○あれば CH1 オフ, ●であればオンです。○を左クリックすると, CH1 がオンとなり, ●に変わります。●を左クリックすると, CH1 がオフとなり, ○に変わります。

3. CH1 設定画面表示

CH1 の右にあるボタンを左クリックすると, Scopy の右側に CH1 設定画面が現れます。もう一度左クリックすると, 設定画面は隠れます。

4. Signal Generator の起動/停止

Signal Generator の右にある□ボタンもしくは画面右上の Run ボタンを左クリックすると Signal

Generator を起動します。ADALM2000 の W1 ピンと G ピン間に CH1 の電圧が出力され、W2 ピンと G ピン間に CH2 の電圧が出力されます。Signal Generator が動作中は、□ボタンは右三角ボタンに変わり、Run ボタンは Stop ボタンに変わっています。これらのボタンを左クリックすると電圧出力は止められます。



図 B.4: CH2 のオン／オフと設定画面表示ボタン

5. CH2 のオン／オフと設定画面表示

図 B.4 は CH2 のオン／オフと設定画面表示の各ボタンを示します。CH2 の左横の丸印が○であれば CH2 オフ、●であればオンです。この丸印を左クリックすることでオン／オフを切り替えられます。CH2 右横のボタンを左クリックすると、CH2 設定画面が現れます。もう一度左クリックすると、設定画面は隠れます。

B.3.2 直流電圧の設定



図 B.5: 直流電圧の設定

関数発生器は、直流電圧 (Constant)、定形波形 (Waveform)、任意波形 (Buffer)、計算波形 (Math) を出力できます。図 B.5 は直流電圧 (Constant) を選択した場合の設定画面です。直流電圧の設定は以下の通りです。

1. Constant を選択

Constant の文字を左クリックすることで直流電圧 (Constant) を選択できます。CH1 の場合は W1 ピンと G ピン間に直流電圧を出力できます。

2. 直流出力電圧の設定

Value を 3 Volts にすると、直流出力電圧は 3 [V] です。出力電圧の可変範囲は -5[V] ~ 5[V] です。4 [mV] の間隔で設定できます。これより細かな数値は書き込むことはできますが、出力電圧には反映されません。

なお、W1 ピンを無負荷（何も接続しない状態）にして出力電圧を電圧計 (Voltmeter) で計測すると、CH1 と CH2 の計測値には約 40 [mV] の差がありました。計測結果を評価する際には常にこの程度の誤差があることを考慮に入れなければなりません。

B.3.3 正弦波の設定

正弦波設定の具体例は 2.4.4 項を参照してください。

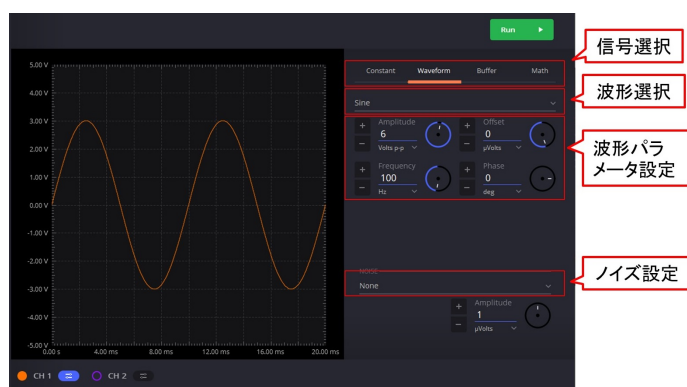


図 B.6: 正弦波 (Sine) の設定

図 B.6 は正弦波 (Sine) の設定画面です。

1. 定形波形 (Waveform) を選択

2. 正弦波 (Sine) を選択

図中の Sine の箇所を左クリックするとプルダウンメニューが現れ、正弦波 (Sine)、矩形波 (Square)、三角波 (Triangle)、台形波 (Trapezoidal)、右上がりのこぎり波 (Rising sawtooth)、右下がりのこぎり波 (Falling sawtooth)の中から波形を選択できます。

3. ピーク - ピーク間電圧 (Amplitude) の設定

出力電圧のピーク - ピーク間電圧 (Amplitude) を設定します。Scopy の Amplitude はピーク - ピーク間電圧（最大値と最小値の間の電圧）です。p-p は peak to peak を意味します。振幅（本来の意味の Amplitude）はこの設定値の半分（図の例では 3 [V]）です。設定範囲は 0 ~ 10 [V] です。4 [mV] の間隔で設定できます。これより細かな数値は書き込むことはできますが、出力電圧には反映されません。W1 ピンを無負荷にして電圧計 (Voltmeter) で実効値を計測すると、CH1 と CH2 間で約 10

[mV] の差がありました。実験結果を評価するには常にこのくらいの誤差があることを考慮する必要があります。

ピーク - ピーク間電圧値の設定方法には 2 通りがあります。一つは数字左横の $+/-$ ボタンを左クリックする方法です。これにより一定量ずつ増／減させられます。数字右横の回転式インジケータを左クリックすると、円の中心に橙色のドットが点灯／消灯します。橙色の点灯時は増減幅が細かく、消灯時は大まかです。もう一つの設定方法は、キーボードにより数字を直接書き込む方法です。

4. 周波数 (Frequency) の設定

出力電圧の**周波数を設定**します。設定範囲は 1 [mHz] ～ 30 [MHz] です。周波数の精度は高く、設定値通りの周波数の電圧が出力され、例えば 500 [kHz] の設定で誤差 0.2 [Hz] でした。なお、ADALM2000 のオシロスコープでは 10 [MHz] より高い周波数の正弦波はひずんで見えます。サンプリング速度の速い（例えば 2 [Gs/s] の）オシロスコープで観測すれば、ひずみのない正弦波が出力されていることを見ることができます。

周波数の設定方法にも、電圧振幅の設定方法と同様に、 $+/-$ ボタンを左クリックする方法と、キーボードにより数字を直接書き込む方法の 2 通りがあります。

5. オフセット (Offset) の設定

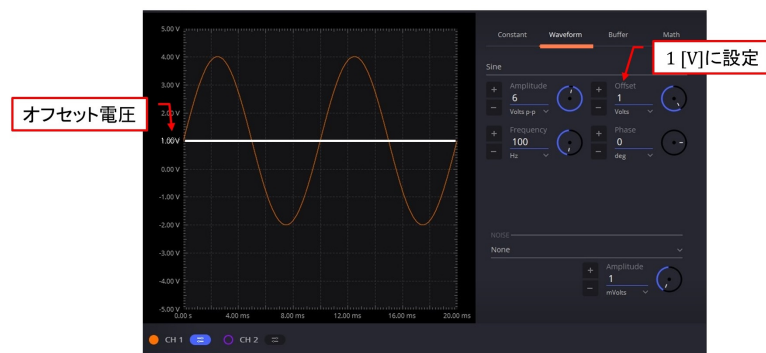


図 B.7: オフセット (Offset) の設定

直流成分 (Offset) を正弦波電圧に重畳します。図 B.7 はオフセットの設定例です。Offset を 1 Volts に設定したことで、 ± 3 [V] の正弦波電圧に 1 [V] の直流電圧が重畳されて、正弦波電圧は -2 ～ +4 [V] の間で変化しています。

6. 位相 (Phase) の設定

波形の**開始位相を設定**します。図 B.8 は開始位相の設定例です。Phase を 0.5π rad に設定すると、左の波形のように正弦波電圧の開始位相が 0.5π 進みます。この設定は単独の波形を発生する場合には必要ありません。CH1 と CH2 で位相差のある正弦波を発生させる場合に、この Phase により位相差を設定できます。位相 (Phase) の単位は、rad(ラジアン)、deg($^{\circ}$)、s(秒) から選択できます。

7. ノイズ (NOISE) の設定

出力電圧に**ノイズ**を重畳させることができます。図 B.9 はノイズの設定例です。ノイズの統計分布には、一様分布 (Uniform)、ガウス分布 (Gaussian)、ラプラス分布 (Laplacian) が用意されています。また、突発的にパルス状のノイズ (Impulse) を重畳させることもできます。図は一様分布 (Uniform) を



図 B.8: 位相 (Phase) の設定



図 B.9: ノイズ (Noise) の設定

選択し、ノイズの振幅を最大 1 [Vp-p] に設定した例です。この例では 5 [Vp-p] (振幅 2.5 [V]) の正弦波に最大振幅 0.5 [V] のノイズが重畳されています。ノイズの振幅の出現頻度は 0 ~ 0.5 [V] の間で一様です。

B.3.4 矩形波の設定

図 B.10 は矩形波 (Square) の設定画面です。

1. 定形波形 (Waveform) を選択

2. 矩形波 (Square) を選択

波形選択メニューから矩形波 (Square) を選択します。

3. 波形パラメータの設定

ピーク - ピーク間電圧 (Amplitude), 周波数 (Frequency), オフセット (Offset), 位相 (Phase) の各設定は正弦波 (Sine) と同じです。矩形波に特有の設定がデューティサイクル (Duty Cycle) です。デューティ比 (Duty Ratio) ともいいます。図はデューティサイクルが 50 % の場合です。

図 B.11 はデューティサイクルを 20 % に設定した場合です。矩形波は“高”, “低”の 2 値からなる波形です。デューティサイクルは 1 周期に対する“高”の期間の比率です。

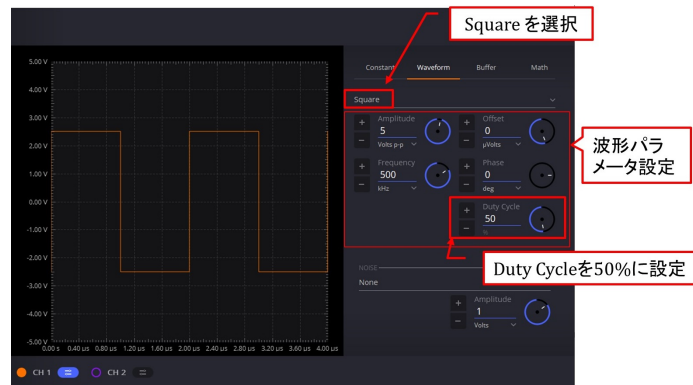


図 B.10: 矩形波 (Square) の設定

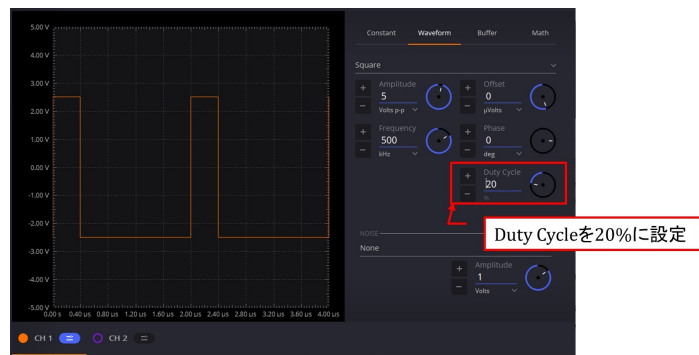


図 B.11: デューティサイクル (Duty Cycle) を 20% に設定

B.3.5 台形波の設定

1. 定形波形 (Waveform) を選択

2. 台形波 (Trapezoidal) を選択

波形選択メニューから**台形波 (Trapezoidal)** を選択します。

3. 波形パラメータの設定

ピーク - ピーク間電圧 (Amplitude), オフセット (Offset), 位相 (Phase) の各設定は正弦波 (Sine) と同じです。周波数 (Frequency) は無効になっています。

周波数設定の代わりに、**タイミング (TIMING)** が設けられています。少し手間ですが、立ち上がりの期間 (Rise Time), “高” の期間 (High Time), 立ち下りの期間 (Fall Time), “低” の期間 (Low Time) をそれぞれ設定します。図はいずれの期間も 250[μs] とした例です。全期間で 1 [ms] なので、台形波の繰り返し周波数は 1 [kHz] です。

図 B.13 は立ち上がりの期間と“高”の期間を短縮した台形波の例です。各期間を調整することで任意の台形波を発生できます。

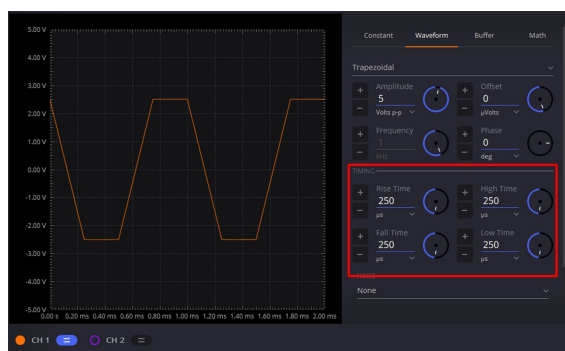


図 B.12: 台形波の設定

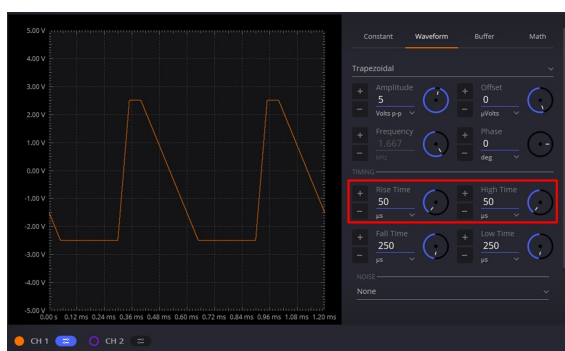


図 B.13: 台形波の設定（立ち上がりの期間，“高”の期間を短縮した台形波）

B.3.6 三角波、のこぎり波の設定

三角波 (Triangle), のこぎり波 (Rising Ramp Sawtooth, Falling Ramp Sawtooth) はいずれも正弦波と同様の設定です。

B.3.7 マルチウィンドウ

関数発生器を別ウィンドウに開くことができます。図 B.14(a) に示すように、Signal Generator の文字をドラッグし Application Window Area 内にドロップします。すると、図のように Signal Generator を別ウィンドウに表示できます。こうすると、例えば図 (b) のように、元ウィンドウにオシロスコープを表示して、デュアルウィンドウによる性能のよい計測ができます。シングルウィンドウでは関数発生器の出力電圧の波形、振幅、周波数などを変えるたび 2 つの画面を切り替えなければなりません、デュアルウィンドウでは画面の切り替えは不要です。このドラッグ&ドロップの方法の他に、Signal Generator を左ダブルクリックすることでも、別ウィンドウを開くことができます。事前に (Signal Generator などの機器メニューの下にある) References ボタンを左クリックして、Double click to detach a tool にチェックを入れておくことで、左ダブルクリックによる起動・窓開けができます。

なお、関数発生器に限らず、オシロスコープ、スペクトラムアナライザ等をそれぞれ別ウィンドウに開いて、マルチウィンドウで計測ができます。

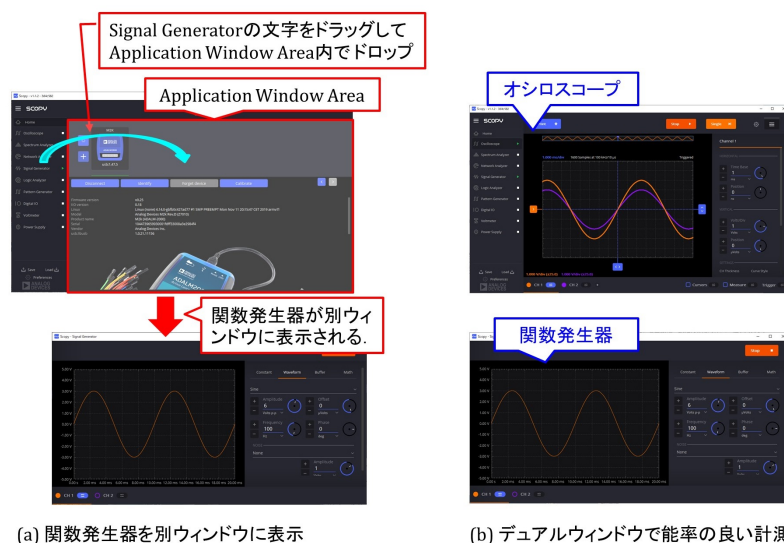


図 B.14: オシロスコープと関数発生器をデュアルウィンドウに表示

B.3.8 任意波形の設定

筆者が作成した波形データの csv ファイルを入れた圧縮フォルダを

http://mybook-pub-site.sakura.ne.jp/zagaku_jikken/Electric.Circuit/

にアップしてあります。ダウンロード、解凍したフォルダを、例えばデスクトップに置いてください。

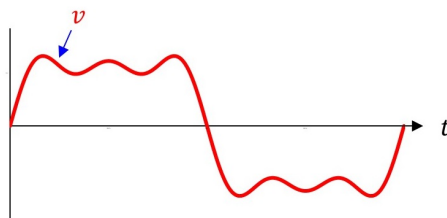


図 B.15: Excel による生成波形

図 B.15 は Excel により生成した波形例です。この波形データを csv ファイルにして、フォルダの中に waveform_data_rectangular_1.3.5.csv の名前に入れてあります。

図 B.16 は waveform_data_rectangular_1.3.5.csv ファイル内のデータの抜粋です。最初の 10 個です。同ファイル内には 1000 個のデータがあります。

図 B.17 は関数発生器の**任意波形発生 (Buffer) 機能**による発生波形です。csv ファイルのデータを関数発生器に読み込み、W1 - G ピン間に出力する手順は次の通りです。

```

0
0.018848
0.037688
0.05651
0.075306
0.094067
0.112785
0.131452
0.150057
0.168595
.
.

```

図 B.16: csv ファイル内の波形データの抜粋

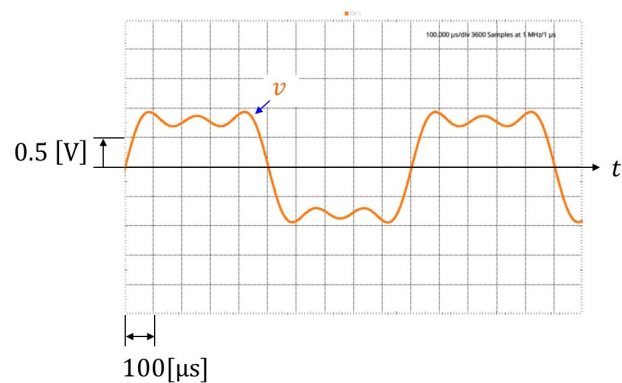


図 B.17: 関数発生器の任意波形発生機能による発生波形

図 B.18 は関数発生器 (Signal Generator) の CH1 のコントロールパネルです。このパネルにおいて、以下を実行します。

1. Buffer を選択
2. csv ファイルを Load

Load file を左クリックすると、対象ファイルを指定する画面が表示されます。この例では、デスクトップに置いておいたフォルダ内の waveform_data_rectangular_1.3.5.csv を指定しています。データのロードに成功すると、Load file ボタンの上にデータファイルの情報が表示されます。

図 B.19 は CH1 のコントロールパネルを下側にスクロールした画面です。

3. Amplitude を 1 Volts に設定

図 B.15 の波形例では基本波の振幅を 1 としました。そこで、この振幅 1 を 1 Volts に対応づけます。

4. Sample Rate を 1 MHz に設定

Sample Rate は 1 秒間のサンプル数です。1 MHz に設定すると、関数発生器は毎秒 1,000,000 個のデータを出力します。csv ファイルの先頭のデータから出力していき、最後のデータまで出力したら、

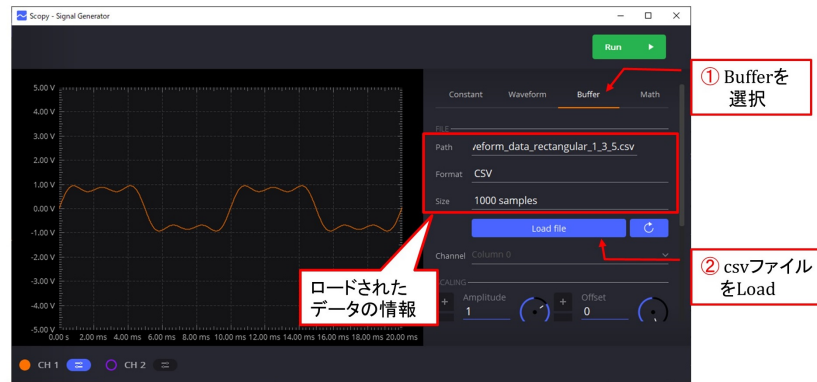


図 B.18: 関数発生器の任意波形発生設定

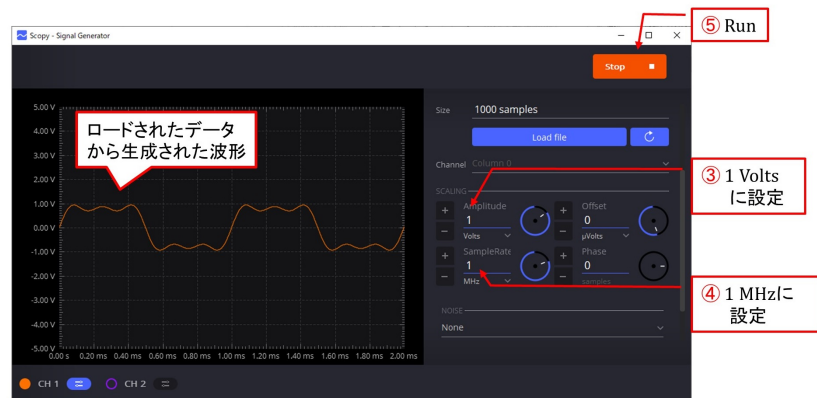


図 B.19: 関数発生器の任意波形発生設定 (つづき)

再び先頭のデータから出力することを繰り返します。図 B.16 のデータは 1000 個あるので、図 B.17 の v の波形が毎秒 1000 回繰り返して出力されます。すなわち、 v の繰り返し周波数 $f = 1$ [kHz] です。

5. Run を左クリック

B.4 オシロスコープ (Oscilloscope)

B.4.1 オシロスコープの選択と起動／停止

図 B.20 は**オシロスコープ (Oscilloscope)** の選択と起動／停止、および、CH1 オン／オフと設定画面表示の各ボタンを示します。

1. Oscilloscope の選択

画面左上の Oscilloscope の文字を左クリックすると Scopy の中央画面はオシロスコープの画面に切り替わります。

2. CH1 オン／オフ



図 B.20: オシロスコープの選択と起動/停止, CH1 のオン/オフと設定画面表示の各ボタン

CH1 の左の丸印が○あれば CH1 はオフ, ●であればオンです。○を左クリックすると, CH1 がオンとなり, ●に変わります。●を左クリックすると, CH1 がオフとなり, ○に変わります。

3. CH1 設定画面表示

CH1 の右のボタンを左クリックすると, 画面右側に CH1 設定画面が現れます。もう一度左クリックすると, 設定画面は隠れます。

4. Oscilloscope の起動/停止

画面左上 Oscilloscope の右にある□ボタンもしくは画面右上の Run ボタンを左クリックすると Oscilloscope が起動します。ADALM2000 の 1+ ピンと 1- ピン間の電圧を CH1 に取り込み, 2+ ピンと 2- ピン間の電圧を CH2 に取り込みます。Oscilloscope が動作中は, □ボタンは右三角ボタンに変わり, Run ボタンは Stop ボタンに変わっています。これらのボタンを左クリックすると Oscilloscope は停止します。

B.4.2 トリガ設定

オシロスコープのトリガ設定の具体例は 2.4.5 項を参照してください。

図 B.21 はオシロスコープのトリガ設定画面のスナップショットです。

1. トリガ設定画面を表示

画面右下の Trigger 右横のボタンを左クリックすると Trigger 設定画面が表示されます。

2. トリガモード (Trigger mode) 選択

トリガモード (Trigger mode) には **auto** と **normal** があります。auto では, 描画タイミングの判定をオシロスコープが自動で切り替えます。トリガ信号がトリガ条件を満たすと, その時点前後の所定時間幅の波形を描画します。トリガ条件は, 例えば, トリガ信号波形が 0 [V] を負側から正側に横切ることです。波形の描画開始位相がいつも同じであるため, 波形は画面上に止まって見えます。

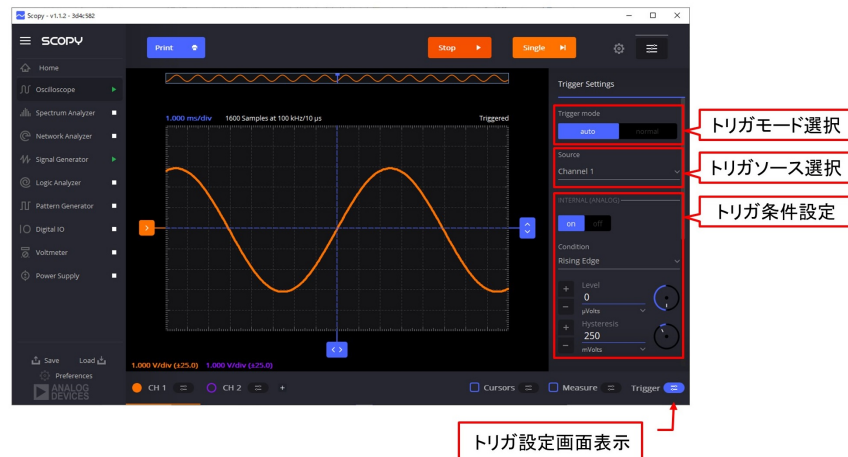


図 B.21: オシロスコープのトリガ設定 1

トリガ信号が条件を満たさない状態が続くと、オシロスコープは一定時間間隔で波形を描画します。この時間間隔は波形の周期とは無関係に設定されるため、波形の描画開始位相が毎回異なり、波形は横方向に移動して見えます。

波形の描画時間幅はオシロスコープ設定 3 の横軸 (HORIZONTAL) の s/Div(Time Base) により設定できます。

normal では、トリガ信号が条件を満たしているときには auto と同じ波形が描画されます。トリガ信号が条件を満たしていないときは、オシロスコープは描画を停止して、停止直前に描画した波形を保持し続けます。

3. トリガ信号源 (Source) 選択

トリガ信号源 (Trigger Source) は、プルダウンメニューにより、Channel 1(CH1) と Channel 2(CH2) のいずれかを選択できます。

4. INTERNAL の on/off

トリガ信号源は CH1, CH2 の他に **TI ピン**からの信号 (TI とします) を選択することができます。CH1, CH2 が**内部 (INTERNAL) 信号源**と呼ばれ、TI が**外部 (External) 信号源**と呼ばれます。INTERNAL を on にすると、トリガ信号源 (Channel 1 もしくは Channel 2) が有効になります。INTERNAL を off にすると、TI をトリガ信号源とします。TI を利用するには、Trigger Settings 画面を下にスクロールして、DIGITAL を on にし、それ以下の Source, Condition を設定します。

5. トリガ条件の選択

トリガ条件 (Trigger Condition) には**立ち上がり波形 (Rising Edge)**、**立ち下がり波形 (Falling Edge)**、**水準より低い電圧 (Low)**、**水準より高い電圧 (High)** があります。立ち上がり波形 (Rising Edge) を選択すると、トリガ信号電圧がトリガ水準 (Trigger Level) を下から上へと横切った時点前後の波形が描画されます。立ち下がり波形 (Falling Edge) では、トリガ信号電圧が水準を上から下へと横切った時点前後の波形が描画されます。水準より低い電圧 (Low) では、トリガ信号電圧が水準より低くなった時点前後の波形、水準より高い電圧 (High) では水準より高くなった時点前後の波形が描画されます。

6. Level の設定

トリガ条件の続きとして、**トリガ水準 (Trigger Level)** を設定します。立ち上がり波形 (Rising Edge) 設定では、トリガ信号電圧がトリガ水準を下から上へと横切った時点前後の描画がなされます。この値が 0 の場合は単位を μV , mV , V のいずれにしても良いです。

7. Hysteresis の設定

トリガ条件の 3 番目は、**ヒステリシス (Hysteresis)** の設定です。トリガ信号源にノイズが載っている場合に、Rising Edge および Falling Edge 設定において有効です。ヒステリシス設定の効果については B.4.3 項を参照してください。

B.4.3 ヒステリシス設定の効果

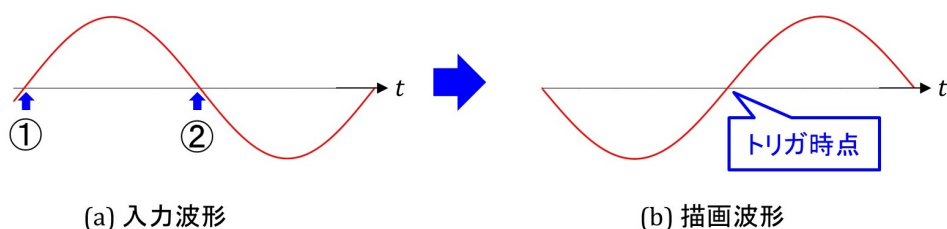


図 B.22: オシロスコープの入力波形と描画波形 (ノイズ無し)

ヒステリシス設定の効果について説明します。図 B.22 はオシロスコープの入力波形 (CH1 の信号とします。) と描画波形の例です。入力波形にノイズが乗っていない場合です。INTERNAL を on にして、Rising Edge を選択し、トリガ水準を 0 $[\text{mV}]$ とすると、トリガ信号電圧は図 (a) の 時点 1 で負から正へと 0 $[\text{mV}]$ の水準を横切り、この時点 (**トリガ時点** と呼びます。) 前後の波形が描画されます。同図 (b) の例ではトリガ時点前後の半周期ずつの波形が描画されています。図 (a) の 時点 2 ではトリガ信号電圧は正から負への変化であるため描画はされません。

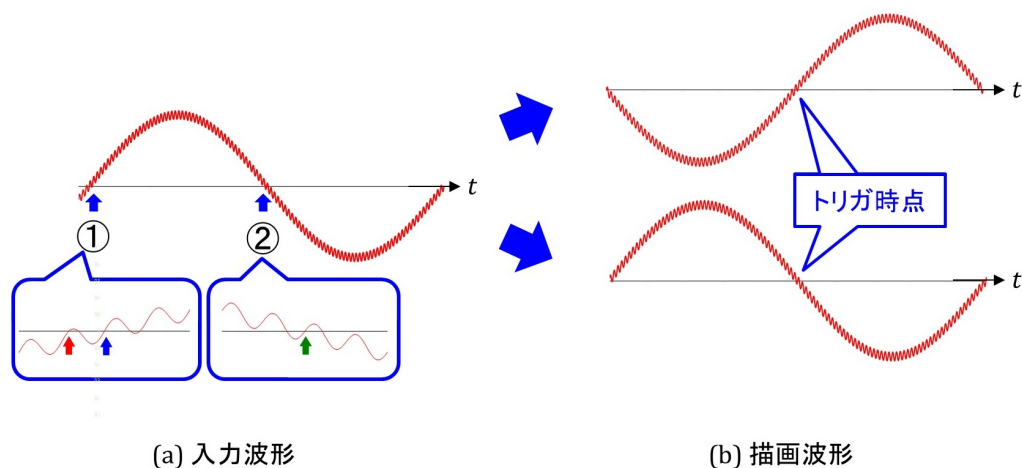


図 B.23: オシロスコープの入力波形と描画波形 (ノイズ有り)

図 B.23 はノイズが乗っている場合の入力波形と描画波形の例です。同図 (a) では時点 1, 2 付近の波形をそれぞれ下に拡大して示してあります。時点 1 ではノイズにより描画開始時点が（図の例では青い矢印から赤い矢印へと）少しずれ、同図 (b) 上側の波形が得られます。時点 1 の波形は、図 B.22 の波形と大きな違いはありません。時点 2 において事態は大きく異なります。図 B.23(a) の例では時点 2 においても波形が描画されてしまいます。拡大図中の緑の矢印で示す波形のように、ノイズによりトリガ信号電圧が負から正へと変化することが起こり得ます。このとき、描画波形は同図 (b) 下側のように時点 2 をトリガ時点としてその前後の波形が描画されます。上の波形とは位相がほぼ 180° ずれます。描画波形には位相の異なる上下 2 種類の波形が不規則に入れ替わって現れ、観測が困難になります。

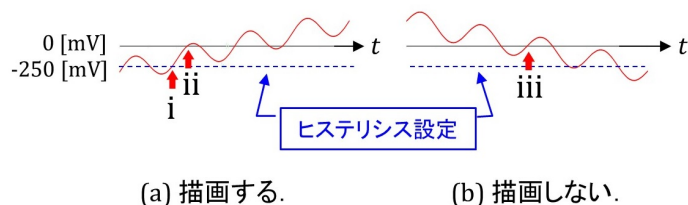


図 B.24: オシロスコープの入力波形 (ノイズ有り) とヒステリシスの効果

図 B.24 はヒステリシスの効果を示すイメージ図です。Level を 0 [mV] 、Hysteresis を 250 [mV] に設定したとします。すると、同図 (a) のように、 -250 [mV] の水準を下から上へと通過（図中 i の時点）した後、 0 [mV] の水準を下から上へと通過（図中 ii の時点）した場合に、その時点をトリガ時点として波形が描画されます。一方、同図 (b) のように、 0 [mV] を下から上へと通過（同図 iii の時点）した直前に -250 [mV] を下から上へと通過することが無い場合には、波形は描画されません。

B.4.4 CH1, 2 の設定

オシロスコープの CH1, 2 設定の具体例は図 2.19 以降を参照してください。

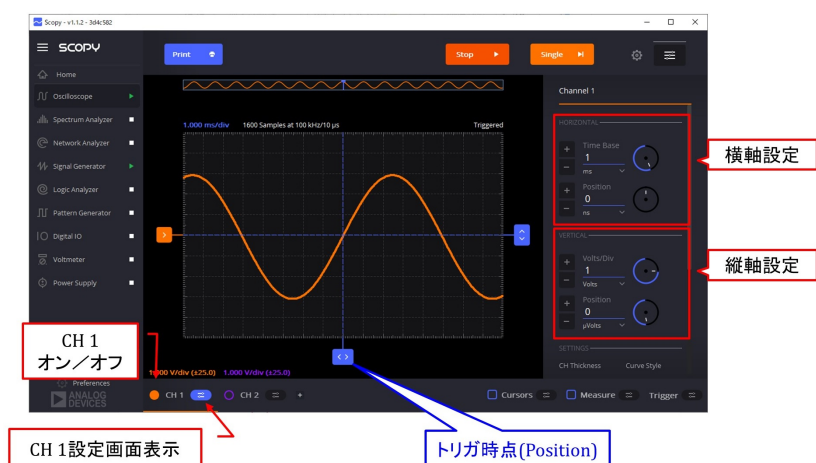


図 B.25: オシロスコープの CH1 の設定

トリガ設定が済んだので、続いて CH1 の設定です。図 B.25 は CH1 の設定画面です。

1. CH1 のオン

CH1 左の橙色のボタンを左クリックして、CH1 をオンとします。

2. CH1 設定画面表示

CH1 右のボタンを左クリックして、CH1 設定用画面を表示させます。

3. 横軸 (HORIZONTAL) の設定

横軸 (HORIZONTAL) のパラメータは、s/Div(Time Base) とトリガ時点 (Position) です。

s/Div(Time Base) は横軸の 1 目盛当りの掃引時間です。これにより、オシロスコープの波形描画速度 (掃引速度) を定めます。オシロスコープ画面の横軸は 16 分割されていて、各分割を 1 目盛とします。s/Div(Time Base) を 1 ms とすると、1 目盛当り 1 [ms] の速さで波形を描きます (掃引します)。16 [ms] で横軸全体を掃引します。

トリガ時点 (Position) は波形がトリガ条件を満たした時点の画面上における位置を決めます。この値が 0 のとき、トリガ条件を満たした時点が図 B.25 に示すように横軸の中央となります。この値が 0 の場合は単位は ns, μ s, ms, ... のいずれでも良いです。横軸の左端をトリガ時点とするには、s/Div(Time Base) が 1 ms のとき、Position を 8 ms に設定します。横軸中央から 8 目盛分前 (左側) へトリガ時点を移動させることができます。

4. 縦軸 (VERTICAL) の設定

縦軸 (VERTICAL) のパラメータは電圧/目盛 (Volts/Div) と縦軸上の位置 (Vertical Position) です。

電圧/目盛 (Volts/Div) は縦軸 1 目盛当りの電圧値です。オシロスコープ画面の縦軸は 10 分割されていて、各分割を 1 目盛とします。電圧/目盛 (Volts/Div) を 1 Volts とすると、1 目盛当り 1 [V] の範囲、画面全体で ± 5 [V] の範囲の波形を描画します。

縦軸上の位置 (Vertical Position) は、波形の縦軸上での描画位置を決めます。この値を x Volts とすると、縦軸上の x [V] の位置に波形の 0 [V] が合わせられます。波形に x [V] の直流電圧が重畳されることと同じ結果になります。



図 B.26: オシロスコープの CH1 の設定 (その 2)

CH1 の設定画面を下方へとスクロールしていくと、図 B.26 の設定画面が現れます。

5. 線の太さ (CH Thickness) の設定

線の太さは 0.5 ~ 5 の間を 0.5 刻みで選択できます。画面上部にある Print ボタンを左クリックすると、描画波形を電子ファイル (例えば pdf ファイル) に変換できます。ppt などに貼り付けたときの線の見やすさから、線の太さは 4 を薦めます。

6. 線のスタイル (Curve Style) の選択

デジタルオシロスコープは入力信号電圧を、一定時間（サンプル周期）ごとに A/D (Analog/Digital) 変換して採取（サンプリング）し、サンプル値を画面に描画します。サンプル値の間を補間する**線のスタイル (Curve Style)**をプルダウンメニューにより選択できます。メニューには**直線補間 (Lines)**、**点 (Dots, (補間しない))**、**階段 (Stairs)**、**棒グラフ (Sticks)**、**滑らか補間 (Smooth)**があります。

7. 使用メモリ量 (Memory depth) の選択

s/Div (Time Base) を 1 [ms] に設定すると、**使用メモリ量 (Memory depth)** は 1600 と 16000 を選択できます。これを 1600 とすると、描画画面の左上に 1600 Samples at 100kHz/10 μ s と表示されます。これはサンプリング周波数 100 [kHz]（サンプリング周期 10 μ s）で 1600 個のサンプル値がメモリに保存され、Scopy 内での計算に使用されることを意味します。描画画面の左端から右端までの波形データのサンプル数が 1600 個であることも意味します。使用メモリ量を 16000 とすると、16000 Samples at 1MHz/ 1 μ s と表示が変わります。サンプリング周波数 1 [MHz]（サンプリング周期 1 μ s）で、16000 個のデータが保存・使用されます。

関数発生器の出力正弦波の周波数を 100 [Hz] に設定すると、オシロスコープのサンプリング周波数 100 [kHz] では、正弦波 1 周期の間に 1000 個のサンプル値があります。正弦波の観測には十分なサンプル数です。

8. プローブ減衰比 (Probe Attenuation) の選択

図 2.13 の ADALM2000 と抵抗器の直列回路間はジャンパーワイヤでつないでいて、プローブは用いていません。プローブによる信号電圧の減衰が無いので、**減衰比**は 1 倍 (1X) です。高電圧／低電圧を観測する場合には高電圧用／低電圧用のプローブを用い、それに応じて減衰比を設定します。この設定に応じて縦軸の Volts/Div の値が変わります。

9. ソフトウェア AC 結合 (Software AC Coupling) の on/off

このボタンを on にすると、波形から直流 (DC) 成分が除去されて、交流 (AC) 成分のみが描画されます。off にすると信号が直流成分を含む場合にも、直流成分を含んだままの波形が描画されます。

B.4.5 カーソル (Cursors) の利用

D.2.3 節にて、時間差の測定精度を上げるための設定を紹介しました。この時間差の測定時にはソフトウェア AC 結合 (Software AC Coupling)（付録 9 参照）を on とすることを推奨します。その理由は以下の通りです。

測定値に何らかの理由で直流成分が乗ると、時間差の測定値がずれてしまいます。図 B.27 は抵抗電圧 v_R に直流成分が乗った例を示します。分かりやすさのために、 v_R に大きな直流電圧を重畳しました。電圧 v にはゼロクロス点が二つあります。一つは 0 [V] ラインを下から上へと横切る点（ゼロクロス点 1）、もう一つは上から下へと横切る点です（ゼロクロス点 2）。各ゼロクロス点における時間差 t'_{da} , t_{da} は異なっています。

B.4.6 計測 (Measure) の設定

図 B.28 は CH1 の測定値を表示しているオシロスコープ画面例です。

1. 計測 (Measure) ボタンのオン／オフ

画面右下の**計測 (Measure)** 左のボタンを左クリックします。

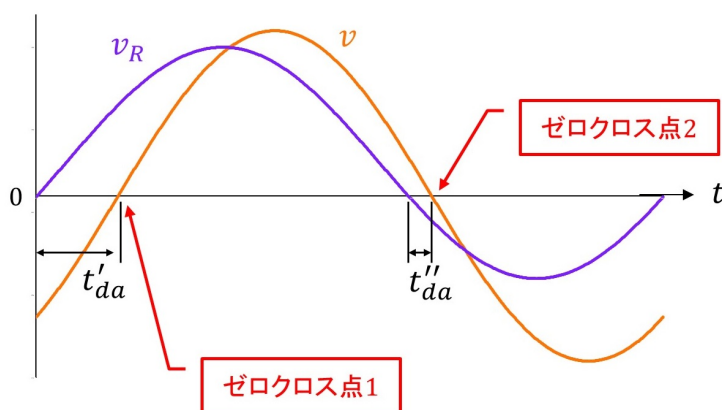


図 B.27: 時間差測定における直流電圧の影響



図 B.28: 計測 (Measure) の設定

2. 計測 (Measure) のコントロールパネル表示

計測 (Measure) 右のボタンを左クリックします。画面右側に計測 (Measure) のコントロールパネルが表示されます。

3. Display All のオン／オフ

Display All をオンにすると、図 B.28 のように波形画面の上に、Scopy が計測している全計測値が表示されます。本稿で注目する計測値は **1 周期間の実効値 (Cycle RMS)** と **ピーク - ピーク間電圧 (Amplitude)** です。Cycle RMS はトリガ時点前後の 1 周期分のサンプル値を基に計算された実効値です。同図の例では波形横軸中央のトリガ時点を中心に左右の半周期間ずつのサンプル値が使われています。**ピーク - ピーク間電圧 (Amplitude)** は波形の最大値 - 最小値の値です。ただし、全計測値の中には Peak-peak も表示されています。Peak-peak が波形データの中の最大値と最小値の差であるのに対して、Amplitude はノイズの影響を抑えた最大値と最小値の差です。

4. CH1 をオン／オフ

CH1 左ボタンを左クリックし、CH1 をオンとし、Run ボタンを左クリックすると、CH1 の全計測値

が表示されます。CH2 の計測値に切り替えるには、CH2 左ボタンを左クリックします。



図 B.29: リアルタイム計測値、統計値の表示

5. 表示する計測値の選択

図 B.29 は表示する計測値を選択した例です。波形画面の上側と下側に筆者が選択した計測値が表示されています。波形の上側には CH1, 2 の Frequency, Cycle Mean, Cycle RMS, Amplitude が表示されています。橙色が CH1, 紫色が CH2 の計測値です。Frequency は周波数, Cycle Mean はトリガ時点前後 1 周期分の平均値です。

波形下側には CH1, 2 の Cycle RMS と Amplitude が表示されています。橙色が CH1, 紫色が CH2 です。波形画面上側の計測値は時々刻々変化します。リアルタイム計測値と言ってよいでしょう。波形画面下側の計測値は計測開始時点からの計測値の平均値, 最大値, 最小値です。統計値と言ってよいでしょう (Stats と呼ばれています)。計測開始時点は STATISTICS の Reset ボタンによりリセットできます。リアルタイム計測値はノイズの影響を受けて値がふらついて定まらず、記録を取り難いです。統計値 (Stats) は、ノイズの影響を抑えることができ、採録に適しています。

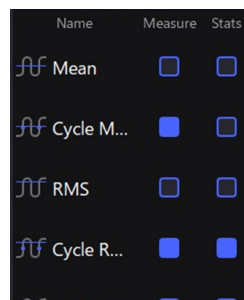


図 B.30: 計測値のプルダウンメニュー

表示する計測値を選択するには CUSTOM SELECTION の Horizontal もしくは Vertical を左クリックします。すると、図 B.30 のプルダウンメニューが現れます。Horizontal には横軸の時間に関係した計測値があり、Vertical には縦軸の電圧に関係した計測値があります。Measure の列がリアルタイム計測値の選択/不選択ボタン、Stats の列が統計値の選択/不選択ボタンです。☐ が不選択、☒ が選択です。各ボタンにカーソルを当てて左クリックすることで選択/不選択を切り替えられます。

選択した計測値を表示するには Display All を off にします. すると波形画面の上側には, 選択した計測値のみが残ります. 統計値を表示するには STATISTICS を on にします. すると波形画面の下側に選択した統計値が表示されます. 統計値は採録前に STATISTICS の Reset ボタンを押すことを忘れないでください. 過去の履歴をリセットして, 現在測定中のデータに関する統計値を採録してください.

6. 設定の保存

以上の設定を保存することができます. 画面左下の **Save** ボタンを左クリックすると, 保存先フォルダおよびファイル名の指定画面が現れます. 過去に保存した設定を読み出すには Load ボタンを押します.

B.4.7 計算 (Math) の設定

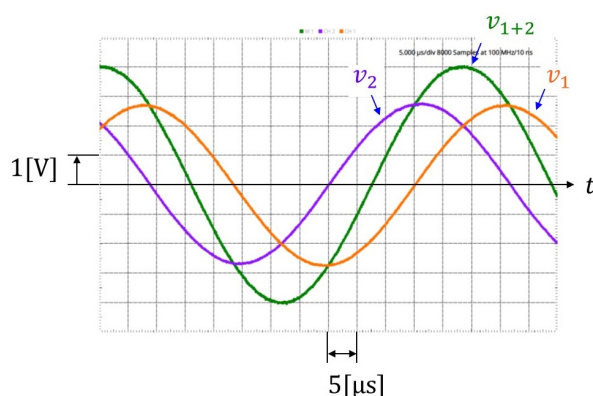


図 B.31: 計算 (Math) 機能による $v_{1+2} = v_1 + v_2$ の波形例

図 B.31 はオシロスコープの計算 (Math) 機能による正弦波の和の波形例です. 橙線が v_1 , 紫線が v_2 で, 緑線が $v_{1+2} = v_1 + v_2$ の波形です.



図 B.32: 計算 (Math) 機能の設定例

緑線はオシロスコープの計算 (Math) 機能を使って表示しています。図 B.32 は計算機能の設定画面です。以下の手順で設定を行います。

1. CH 欄の+ボタンを左クリック
オシロスコープ・ウィンドウの右側にキーボード画面が現れます。
2. t ボタンを左クリックして、プルダウンメニューから t0 を選択
t 0 は CH1, t1 は CH2 の入力信号を意味します。
3. + 演算子を選択
4. 再び t ボタンを左クリックして、t1 を選択
5. Apply を左クリック
6. ADD Channel を左クリック
オシロスコープ画面に緑線の波形が現れます。



図 B.33: オシロスコープの緑線の太さ設定

図 B.33 は緑線の太さを設定している画面のスナップショットです。

7. M1 右横のボタンを左クリック
Math 1 チャンネルの設定画面がオシロスコープ・ウィンドウの右側に現れます。
8. CH Thickness を 4 に設定

緑線の太さのデフォルト値（設定操作を何もしないときの値）は 1 です。4 は筆者の好みです。

他の設定項目は CH1, CH2 の設定と同じになっています。

B.4.8 オシロスコープ画面の保存

図 B.34 のように画面左上の Print ボタンを左クリックすることで、波形画面を pdf ファイル, jpg ファイルなどにして保存できます。

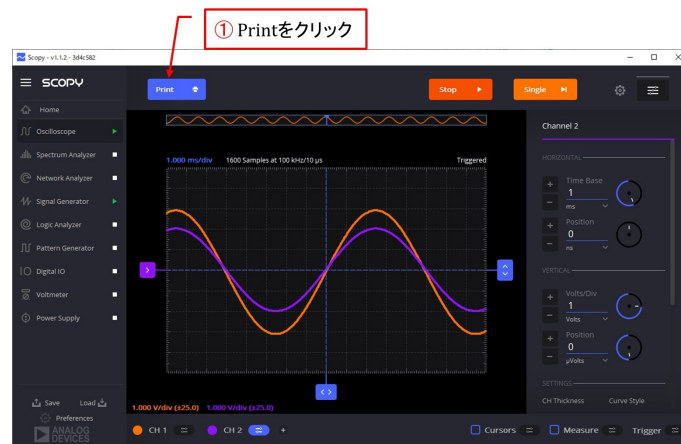


図 B.34: オシロスコープ画面の保存

B.4.9 データの保存 (Export)

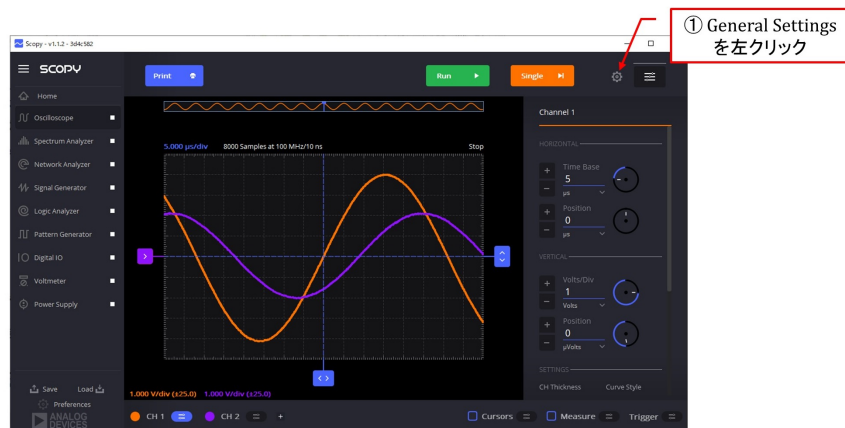


図 B.35: 波形データのファイル保存 (Export)

オシロスコープには波形データのファイル保存機能があります。以下の手順でファイル保存が行えます。

1. General Settings Panel を開く。

図 B.35 の General Settings ボタンを左クリックします。

2. Export All を on にする。(図 B.36)

3. Export ボタンを左クリックする。

図 B.37 は保存された csv ファイル内のデータ例です。Excel などを用いてデータ解析が可能となります。

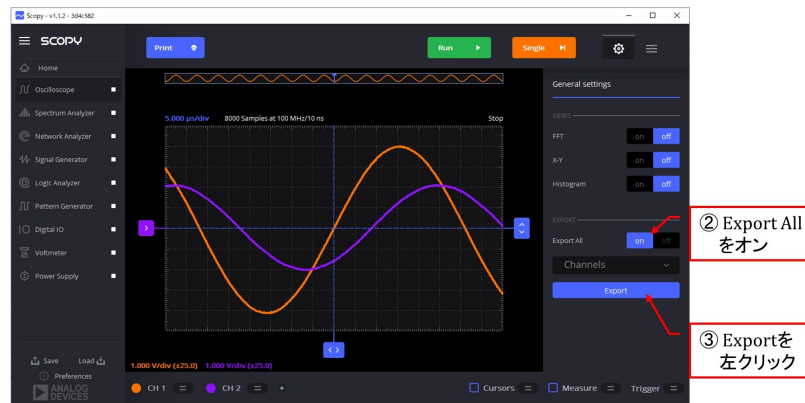


図 B.36: 波形データのファイル保存 (Export) (その2)

Sample	Time(S)	CH1(V)	CH2(V)
0	-4.00E-05	2.94542	2.03959
1	-4.00E-05	2.92983	2.05504
2	-4.00E-05	2.92983	2.07049
3	-4.00E-05	2.91425	2.03959
4	-4.00E-05	2.94542	2.03959
5	-4.00E-05	2.91425	2.03959
6	-3.99E-05	2.94542	2.03959
7	-3.99E-05	2.89867	2.02414
8	-3.99E-05	2.89867	2.03959

図 B.37: csv ファイル内のデータ例

B.5 スペクトル解析器 (Spectrum Analyzer)

スペクトル解析器の具体的設定例は 13.2.3 項を参照してください。

B.5.1 スペクトル解析器の起動／停止

1. スペクトル解析器 (Spectrum Analyzer) の起動

図 B.38 に示すように、Spectrum Analyzer を左クリックします。

起動と同時に Spectrum Analyzer を別ウィンドウに開くこともできます。この起動・窓開けには 2 通りの方法があります。1 つは、Spectrum Analyzer の文字をドラッグし、**Application Window Area** 内にドロップします。もう 1 つは、Spectrum Analyzer を左ダブルクリックする方法です。事前に **References** ボタンを左クリックして、Double click to detach a tool にチェックを入れておくことで、左ダブルクリックによる起動・窓開けができます。

B.5.2 データ平均化法、フィルタ選択

図 B.39 はスペクトル解析器の CH1 のコントロールパネル画面です。

2. CH1 を左クリック
3. CH1 のコントロールパネルを開く

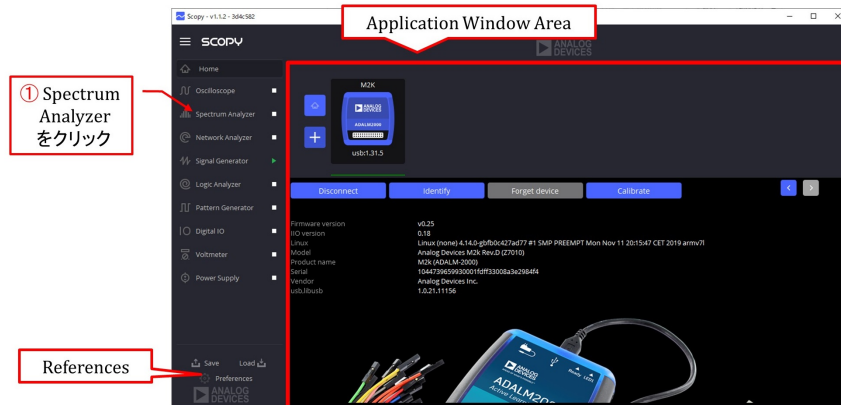


図 B.38: スペクトル解析器 (Spectrum Analyzer) の起動



図 B.39: スペクトル解析器 (Spectrum Analyzer) の設定

4. データ平均化法を選択

データの平均化法を選択できます。本稿の実験では平均化をしない設定で十分なので **Sample** を選択します。各種平均化法については省略します。

5. フィルタを選択

入力信号のフィルタに **Flat top** を選択します。このフィルタはスペクトルの大きさの精度が高いことが特徴です。本稿では各スペクトルの大きさの実測値と理論値の比較を重視するので、このフィルタが適しています。他のフィルタにはスペクトルの大きさの精度を犠牲にして、例えば周波数の精度を上げるなど、それぞれ特徴があります。本稿の実験では Flat top で十分なので、他のフィルタについては説明を省略します。

B.5.3 周波数範囲，電圧範囲設定

図 B.40 はスペクトル解析器の Sweep 用パネル画面です。



図 B.40: スペクトル解析器 (Spectrum Analyzer) の設定 (Sweep 設定)

6. Sweep 用パネルを開く

7. 対数／普通目盛選択

周波数スペクトルの横軸に**対数目盛 (Logarithmic)** もしくは**普通目盛 (Linear)** を選択します。周波数範囲が広い場合には対数目盛が見易く、狭い場合には普通目盛が見易いです。

8. 周波数下限値設定

解析開始周波数を設定します。

9. 周波数上限値設定

周波数解析を 下限値 ～ 上限値の範囲で実施します。

10. 縦軸上下端電圧設定

図の例では、縦軸の上端を 5 [V], 表示範囲を 5 [V] とします。[0, 5] [V] の区間が表示されます。

11. 縦軸目盛の単位選択

縦軸目盛は dBFS, dBu, dBV, Vpeak, Vrms の中から選択できます。本稿の範囲では Vpeak だけで十分ですが、一応、他の選択肢についても記しておきます。深入りはしません。第 n 高調波の振幅を V_{npeak} [V], 実効値を V_{nrms} [V] とします。

dBFS は $20 \log_{10} (V_{npeak}/32)$ [dB] を表示します。

dBu は $20 \log_{10} (V_{nrms}/0.7746)$ [dB] を表示します。

dBV は $20 \log_{10} V_{nrms}$ [dB] を表示します。

Vpeak は V_{npeak} [V] を普通目盛で表示します。

Vrms は V_{nrms} [V] を普通目盛で表示します。

dBFS は **decibels relative to Full Scale** の略です。フルスケール値に関する記述を見つけれなかったため、実測しました。振幅 10 [V] の正弦波信号を CH1 に入力すると、当該スペクトルの大きさが

-10.1 [dB] と得られます。Scopy 中のフルスケールを V_{FS} とすると、

$$\begin{aligned} -10.1 &= 20 \log_{10} \frac{10[\text{V}]}{V_{FS}} \\ V_{FS} &= 10[\text{V}] \times 10^{\frac{10.1}{20}} = 32.0[\text{V}] \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

です。これら縦軸目盛の Units は入力信号のフィルタ (Hamming, Hann など) とあわせて、デジタル信号処理で詳しく学びます。

以上の設定により、Scopy のスペクトル解析器の画面に周波数スペクトルの実測値が表示されます。

B.5.4 データの保存 (Export)

実測値は図 B.41 に示す手順により csv ファイルに書き出す (Export) ことができます。

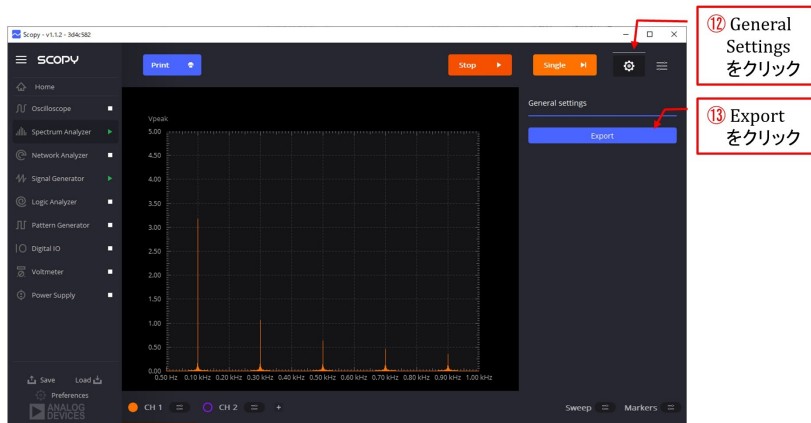


図 B.41: スペクトル解析器 (Spectrum Analyzer) の周波数スペクトルデータの Export

12. General Settings を左クリック

13. Export をクリック

B.6 ネットワークアナライザ (Network Analyzer)

ネットワークアナライザ設定の具体例は 8.3 節にあります。

B.6.1 周波数特性実験回路の配線例

図 B.42 は ADALM2000 と $R-C$ 回路との配線例です。配線図では W1 ピンと G ピン間の電圧を 1+ ピンと G ピン間 (CH1 の入力ピン) の入力とします。2+ ピンと G ピン間 (CH2 の入力ピン) には抵抗電圧 v_R を入力します。1-, 2- ピンは G ピンにつながります。

図 B.43 は ADALM2000 と $R-C$ 回路との立体配線図です。

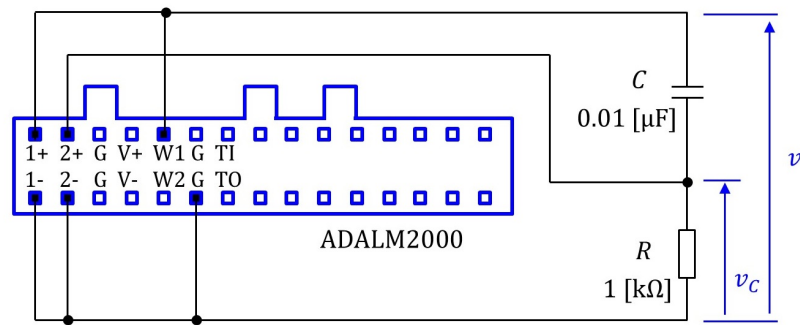


図 B.42: 周波数特性実験回路の配線図

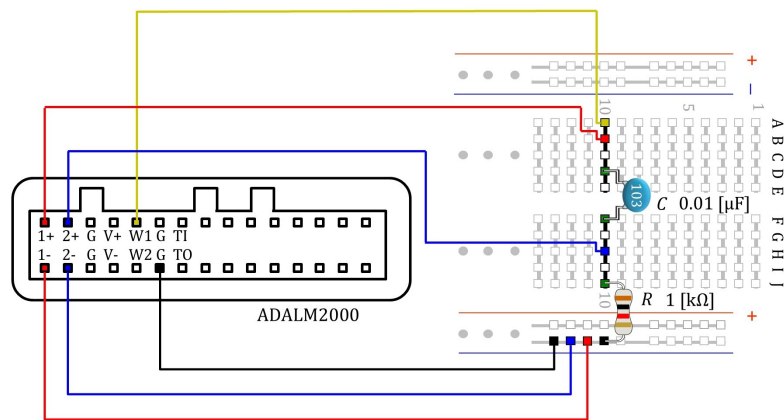


図 B.43: 周波数特性実験回路の立体配線図

B.6.2 ネットワークアナライザの設定

図 B.44 はネットワークアナライザの設定画面です。以下の手順で設定を進めます。

1. Network Analyzer を左クリック
2. Settings Menu Button を左クリック
3. REFERENCE に Channel 1 を選択

W1 の基準信号 (REFERENCE) を 1+ (CH1) ピンの入力とした場合、この選択をします。

4. 印加電圧設定

W1 ピンと G ピン間への出力電圧を設定します。

DC Filtering はデフォルト設定が Off なのでそのままにしておきます。もし、1+ ピン、2+ ピンに直流成分が重畳している場合には DC Filtering を On にします。その際には **Settling Time** を長くするほど直流成分の除去が確実にできますが、掃引時間が長くなります。

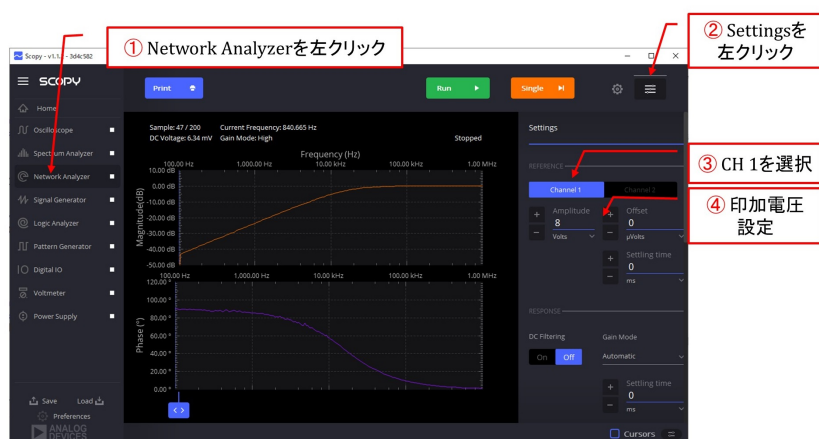


図 B.44: ネットワークアナライザの設定 1

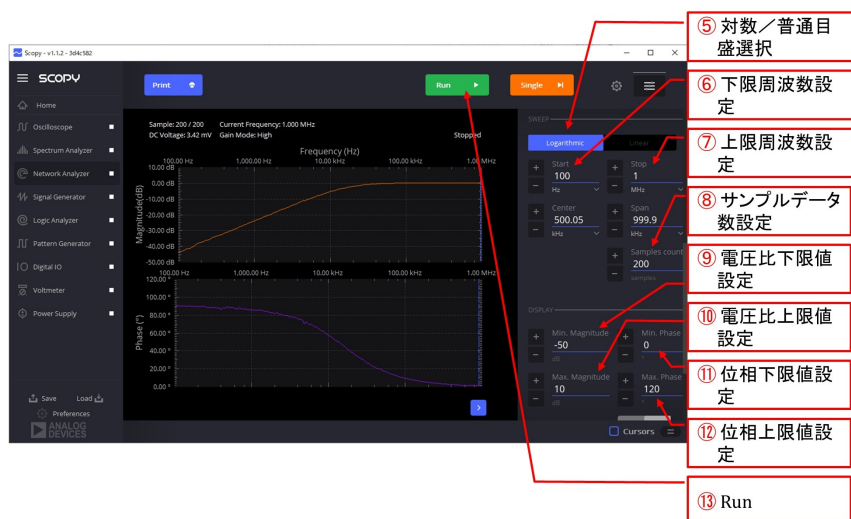


図 B.45: ネットワークアナライザの設定 2

図 B.45 につづきます。

5. 対数／普通目盛選択

グラフの横軸（周波数軸）に**対数目盛 (Logarithmic)** もしくは**普通目盛 (Linear)** を選択します。

6. 下限周波数設定

Start（掃引範囲の下限）を設定します。ネットワークアナライザは、W1 と G ピン間電圧の周波数を Start 周波数から Stop 周波数まで階段状に変化させて、電圧比を計測します。Sample count で設定する値を N_{sc} とします。計測点は、Start 周波数から Stop 周波数までを $N_{sc} - 1$ に均等分割して設定します。周波数などある範囲内で順次変えていくことを**掃引**と言います。

7. 上限周波数設定

8. サンプルデータ数設定

Sample count(サンプルデータ数, N_{sc}) を設定します。 N_{sc} は 0 ~ 1000 の範囲で設定できます。 N_{sc} を大きくすれば、掃引に時間がかかりますが、計測点の間隔は細くなります。

9. 電圧比下限値設定

縦軸の上下限は見やすい位置にグラフが描かれるように設定します。

10. 電圧比上限値設定

11. 位相下限値設定

12. 位相上限値設定

13. Run を左クリック

掃引を開始します。 Run ボタンは Stop ボタンに変わります。 Stop ボタンを押すまで掃引は繰り返されます。 一回だけ掃引させたい場合は Run ボタンの右隣の **Single ボタン** を左クリックします。

画面中央上側に**電圧比 (Magnitude)** のグラフが描かれ、下側に**位相 (Phase)** のグラフが描かれます。 CH1, CH2 の入力電圧をそれぞれ V_{CH1} , V_{CH2} とすると、CH1 を REFERENCE に選定したので、Magnitude は

$$20 \log_{10} \frac{|V_{CH2}|}{|V_{CH1}|} \quad (\text{B.2})$$

が表示されます。 単位は dB です。 Phase は V_{CH2} の V_{CH1} に対する位相差が表示されます。 V_{CH2} が V_{CH1} より進んでいるとき、Phase の値は+です。 単位には度数法が使われています。

B.6.3 カーソル (Cursors) の利用



図 B.46: ネットワークアナライザのカーソル機能 1

14. Cursors を左クリック

グラフの下に <> のマークが 2 個と、マークの中心から真上に伸びる破線の縦棒が 2 本現れます。 これらが**カーソル (Cursors)** です。 また、破線とグラフとの交点における横軸、縦軸の値が各グラフの左上隅に表示されます。

15. **Cursor** を移動

<> マークをマウスでドラッグする（左ボタンを押しながらマークを移動させる）ことで、グラフの値を読み取ることができます。

図 B.46 は 2 番目のカーソルを Magnitude グラフの値 -3 dB 付近へと移動させたときの画面です。F2 = 15.81 kHz, Mag2 = -2.98 dB と表示されています。計算では 15.9 [kHz] にてアドミタンスの大きさが $1/\sqrt{2}$ になります。

$$20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{2}} = -10 \log_{10} 2 = -3.01 [\text{dB}] \quad (\text{B.3})$$

です。

1 つ注意すべきは、上下のグラフで横軸が少しずれていることです。上の Magnitude の F2 = 15.81 kHz のとき、下の Phase の F2 = 14.87 kHz です。



図 B.47: ネットワークアナライザのカーソル機能 2

図 B.47 はカーソルを少し動かして、下の Phase の F2 = 15.85 kHz としたときの画面です。このとき Pha2 = -44.44° でした。計算では 15.9 [kHz] でアドミタンスの位相角が -45° になります。

B.6.4 データの保存 (Export)

16. **General Settings** を左クリック

図 B.48 は計測値保存の手順を示します。

17. **Export** を左クリック

これにより Magnitude と Phase の計測データを csv ファイルもしくは text ファイルに保存できます。

図 B.49 は csv ファイルに保存したデータの抜粋です。この例では、サンプル番号 (Sample), Frequency, Magnitude, Phase の各行を 1 組として、先頭から 7 組のデータを抜粋して示してあります。ファイル内には 200 組のデータが保存されています。設定 6, 7 にて掃引の下限を 100 [Hz], 上限を 1 [MHz] とし、設定 8 にてサンプルサイズを 200 としました。Frequency は 100 [Hz] から 1 [MHz] までの区間を常用対数 ($\log_{10}$) 目盛上で均等分割となるように自動設定されています。

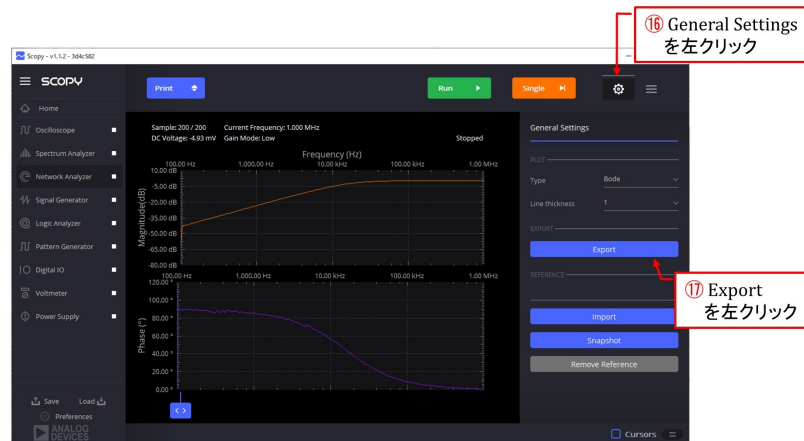


図 B.48: ネットワークアナライザ計測値の保存

;Scopy version	3d4c582
;Device	M2K
;Nr of samples	200
;Tool	Network Analyzer
;Additional Information	Reference channel: 1
Sample	Frequency(Hz) Magnitude(dB) Phase(°)
0	100 -65.0931 91.5969
1	104.737 -43.2425 89.819
2	109.699 -42.8659 88.8356
3	114.895 -42.4674 89.0311
4	120.338 -42.0764 89.1887
5	126.038 -41.6647 89.5868
6	132.009 -41.2853 89.4544

図 B.49: ネットワークアナライザ計測値の保存データ (抜粋)

B.7 電圧計 (Voltmeter) の精度

電圧計の設定手順は図 D.16 以降を参照してください。

B.7.1 1+, 1-, 2+, 2- ピンと G ピン間電圧の精度

筆者の手元には 5 台の ADALM2000 がありました。そこで、各台ごとに、1+, 1-, 2+, 2- 各ピンと G ピン間に順次同じ電圧を印加して電圧計 (Voltmeter) により実効値 $V_{x,e}$, ($x = 1+, 1-, 2+, 2-$) を計測しました。そして、平均値 V_{ave} を求めて、相対誤差

$$\varepsilon_{x,e} = \frac{V_{x,e} - V_{ave}}{V_{ave}} \times 100 [\%] \quad (x = 1+, 1-, 2+, 2-) \quad (\text{B.4})$$

を計算しました。印加電圧の実効値 $V_e = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5$ [V], 周波数 $f = 1, 10, 50$ [kHz] と変えて相対誤差 $\varepsilon_{x,e}$ を求めました。図 B.50 は得られた相対誤差の標準偏差 σ です。サンプルサイズは、各データ点につき 5 台 $\times$ 4 ピン = 20 です。横軸が印加電圧の実効値 V_e , 縦軸が相対誤差の標準偏差 σ です。青

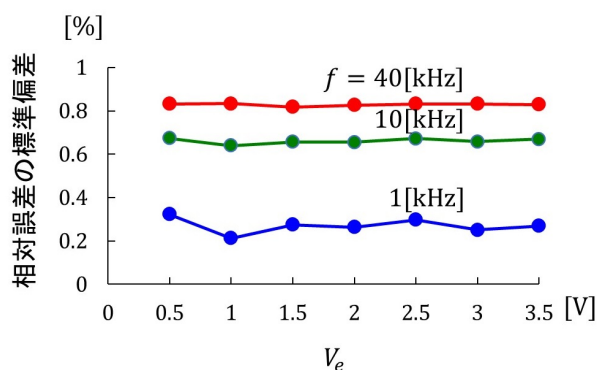


図 B.50: 1+, 1-, 2+, 2- ピンと G ピン間電圧の相対誤差の標準偏差

線が $f = 1$ [kHz], 緑線が 10 [kHz], 赤線が 40 [kHz] の場合です. 印加電圧の周波数が高くなると相対誤差のばらつきが大きくなる傾向にあります. 本稿の多くの実験課題は 10 ~ 20 [kHz] 付近の周波数で実施することが多いです. この辺りでは, $\sigma \approx 0.75[\%]$ でした. ADALM2000 を取り替えば相対誤差が変わりますが, この誤差は 95 % の頻度で $\pm 2\sigma$ の範囲内にあると見込まれます. したがって, 1+, 1-, 2+, 2- ピンと G ピン間電圧の精度は, $\pm 2\sigma \approx \pm 1.5[\%]$ でした.

B.7.2 差分電圧の精度

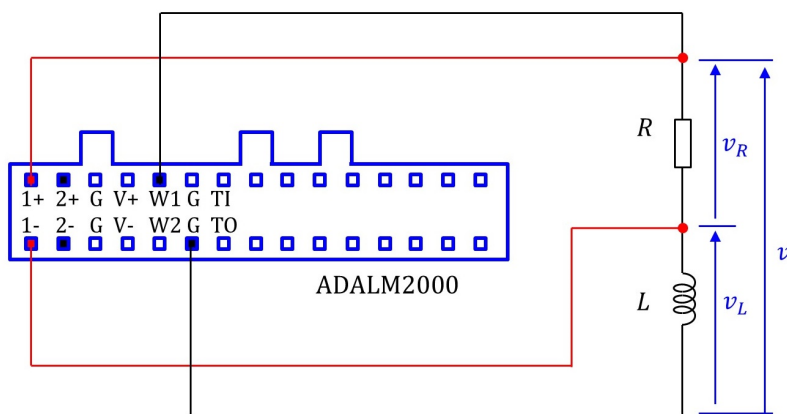


図 B.51: 1+ ピンと 1- ピンによる差分電圧計測時の配線

図 B.51 は 1+ ピンと 1- ピンにより抵抗の両端電圧を測定している場合の ADALM2000 と $R-L$ 回路の配線を示します. 1+, 1- ピンにはいずれも各ピンと G ピン間の電圧が入力されます. したがって, 1+ ピンと G ピン間には電圧 v が入力され, 1- ピンと G ピン間にはコイル両端電圧 v_L が入力されています. そして, 電圧計には各入力電圧の差分電圧 $v - v_L$ の実効値が表示されます. (ちなみに, オシロスコープ (Oscilloscope) にも差分電圧が表示されます.)

そこで, $i+$ ピンと G ピン間, $i-$ ピンと G ピン間 ($i = 1, 2$) に同じ電圧を印加して, 相対誤差

$$\varepsilon_{ie} = \frac{V_{i+,e} - V_{i-,e}}{V_{ave}} \times 100[\%] \quad (i = 1, 2) \quad (\text{B.5})$$

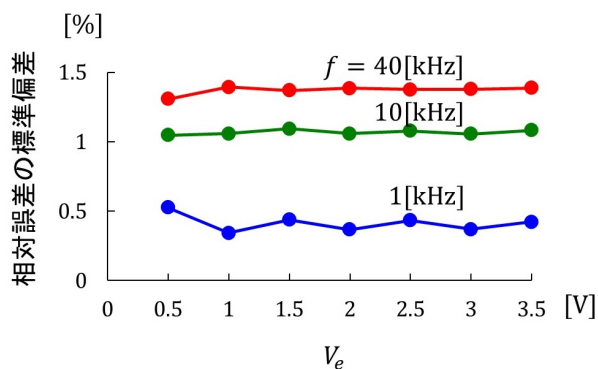


図 B.52: $i+$ ピンと $i-$ ピン間差分電圧 ($i = 1, 2$) の相対誤差の標準偏差

を求めました。ただし、 V_{ave} は4つのピンに対する印加電圧の平均値です。図 B.52 は得られた相対誤差の標準偏差 σ です。サンプルサイズは、各データ点につき5台 $\times$ 2 (1+, 1- ピンと 2+, 2- ピンの2通りの組み合わせ) = 10 です。横軸が印加電圧の実効値 V_e 、縦軸が相対誤差の標準偏差 σ_2 です。青線が $f = 1$ [kHz]、緑線が 10 [kHz]、赤線が 40 [kHz] の場合です。本稿において実験が予定されている周波数域で $\sigma_2 \approx 1.2[\%]$ でした。 $\pm 2\sigma_2$ の範囲では、約 $\pm 2.4[\%]$ でした。

差分電圧の相対誤差について注意すべきは、 $\pm 2.4[\%]$ は印加電圧 V_e に対する相対誤差であり、差分電圧 $V_{1+,e} - V_{1-,e}$ に対する相対値ではないことです。図 B.51 の例では、相対誤差は v , v_L の実効値 V_e , V_{Le} によって決まり、電圧計の表示値 V_{Re} に依存しないことです。

B.8 電源 (Power Supply)

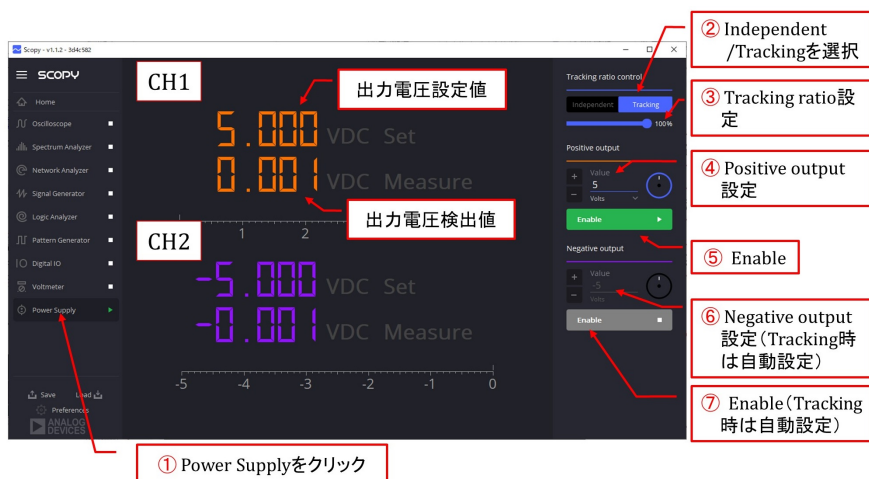


図 B.53: 電源 (Power Supply) の設定

図 B.53 は Scopy の電源 (Power Supply) 設定の画面です。以下の手順で設定します。

1. Power Supply を左クリック

Scopy の中央画面が電源 (Power Supply) 用の画面に切り替わります。上側の橙色が CH1, 下側の紫色が CH2 です。各チャンネルの上側の数値が設定値, 下側の数値が検出値です。

2. Independent/Tracking

Tracking Ratio Control の **Independent** を選択すると, CH2 は CH1 と独立に電圧を設定できます。 **Tracking** を選択すると, CH2 の出力電圧は CH1 の設定電圧に追従します。

3. 100 % に設定

Tracking を選択した場合, Tracking ratio 設定が有効になります。 Tracking Ratio を 100 % に設定すると, CH2 の設定電圧は CH1 の設定電圧と同じになります。 80 % に設定すれば, CH2 の設定電圧は CH1 の値 $\times 0.8$ の値で追従します。

4. Positive/Negative output

正負電源電圧設定です。 Independent を選択した場合, 正負それぞれに電圧を設定できます。 Tracking の場合は, Positive output を設定するだけで, Negative output は Tracking ratio に従い自動的に設定されます。

5. Enable を左クリック



図 B.54: 電源 (Power Supply) 設定完了

図 B.54 は Enable ボタンをクリックした後の Power Supply の画面です。正負電源の出力電圧を ± 5 [V] に設定した場合の例です。検出値がほぼ 5 [V] と表示されています。

付 録 C 演習解答

C.1 演習 2.7.1 解答 電流の実効値

抵抗を $R[\Omega]$, 抵抗の両端電圧を V_{DC} [V] とすると, オームの法則により

$$V_{DC} = RI_{DC} \quad (\text{C.1})$$

です. 抵抗での消費電力 P_{DC} は

$$P_{DC} = V_{DC}I_{DC} = RI_{DC}^2 \quad (\text{C.2})$$

となります.

一方, 交流電流 i を

$$i = I_m \sin \theta [\text{V}] \quad (\text{C.3})$$

とします. I_m は振幅, θ は位相です. 抵抗 $R[\Omega]$ に電流 i を流したとき抵抗の両端電圧 v [V] はオームの法則により

$$v = Ri \quad (\text{C.4})$$

です. 抵抗での消費電力 p は,

$$\begin{aligned} p &= vi \\ &= Ri^2 \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

となります. したがって, 電流 1 周期の平均消費電力 P_{ave} は

$$P_{ave} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Ri^2 d\theta = \frac{RI_m^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \frac{RI_m^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{RI_m^2}{2\pi} \left[\frac{1}{2}\theta - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{2\pi} = \frac{RI_m^2}{2}. \quad (\text{C.6})$$

よって, (C.2) 式の消費電力 P_{DC} と (C.6) 式の消費電力 P_{ave} を等しくする I_{DC} は

$$\begin{aligned} RI_{DC}^2 &= \frac{RI_m^2}{2} \\ I_{DC} &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

と求まります.

(演習 2.7.1 へもどる.)

C.2 演習 3.5.1 解答 コイルの並列接続

図 3.13(a) において、交流電源電圧を v 、回路に流れる電流を i 、インダクタンス L_1 , L_2 に流れる電流をそれぞれ i_1 , i_2 とします. (3.4) 式の両辺を積分すると

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{1}{L_1} \int v dt \\ i_2 &= \frac{1}{L_2} \int v dt \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

です. また, (2.6) 式より

$$i = i_1 + i_2 \quad (\text{C.9})$$

です. よって

$$i = \frac{1}{L_1} \int v dt + \frac{1}{L_2} \int v dt = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \int v dt \quad (\text{C.10})$$

となります. 図 3.13(b) では

$$i = \frac{1}{L} \int v dt \quad (\text{C.11})$$

です. (3.5) 式にて述べたように、交流回路論では積分定数が 0 の場合を扱います. したがって, (a), (b) の両回路において, v , i を等しくする合成インダクタンス L は,

$$L = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}} \quad (\text{C.12})$$

と得られます.

(演習 3.5.1 へもどる.)

C.3 演習 3.6.1 解答 コンデンサの並列接続

図 3.17(a) において、交流電源電圧を v 、回路に流れる電流を i 、キャパシタンス C_1 , C_2 に流れる電流をそれぞれ i_1 , i_2 とします. (3.7) 式より

$$\begin{aligned} i_1 &= C_1 \frac{dv}{dt} \\ i_2 &= C_2 \frac{dv}{dt} \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

です. また, (2.6) 式より

$$i = i_1 + i_2 \quad (\text{C.14})$$

です. よって

$$i = C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} = (C_1 + C_2) \frac{dv}{dt} \quad (\text{C.15})$$

となります. 図 3.17(b) では

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad (\text{C.16})$$

です. (a), (b) の両回路の v , i を等しくする合成キャパシタンス C は,

$$C = C_1 + C_2 \quad (\text{C.17})$$

と得られます.

(演習 3.6.1 へもどる.)

C.4 演習 4.2.1 解答 $R-L$ 直列回路の抵抗電圧

図 4.16 の回路において、電流 I と電源電圧 V の関係は

$$I = \frac{1}{R + j\omega L} V \quad (\text{C.18})$$

と表されます。これより、抵抗電圧 V_R は

$$V_R = RI = \frac{R}{R + j\omega L} V \quad (\text{C.19})$$

と求まります。よって、 V_R/V は

$$\frac{V_R}{V} = \frac{R}{R + j\omega L} \quad (\text{C.20})$$

と得られます。 V_R/V の大きさ $|V_R/V|$ および位相角 ψ_R は

$$\begin{aligned} \left| \frac{V_R}{V} \right| &= \frac{V_{Re}}{V_e} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \\ \psi_R &= -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

です。

表 C.1: V_R/V の大きさと位相角

f [kHz]	V_{Re}/V_e	V_{Re}/V_e 理論値	t_{RL} [μs]	ψ_R [°]	ψ_R 理論値
10	0.811	0.847	8.42	-30.3	-32.1
20	0.611	0.623	6.89	-49.6	-51.5
30	0.468	0.469	5.59	-60.4	-62.1
40	0.370	0.370	4.65	-67.0	-68.3
50	0.307	0.303	3.96	-71.3	-72.3

表 C.1 は、実験 4.2.1 における筆者の結果を用いて計算した V_R/V の大きさ $|V_R/V| = V_{Re}/V_e$ と位相角 ψ_R です。(C.21) 式による理論値を併せて示してあります。

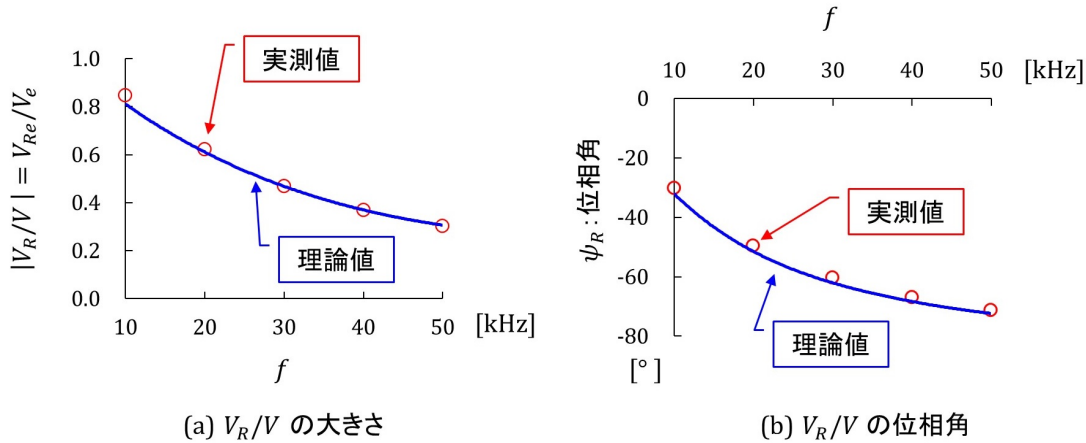
図 C.1 は、表 C.1 のグラフです。(a) が V_{Re}/V_e , (b) が ψ_R です。赤丸の中心が実測値、青線が理論値です。オームの法則より、 $R-L$ 回路の電流 $I = V_R/R$ なので、電流 I は抵抗電圧 V_R と同相（位相が同じ）です。

実験より、

- $R-L$ 直列回路では、電流 I の電源電圧 V に対する位相 ψ_R は遅れる。
- ψ_R は f が大きくなると -90° に漸近する

結果を得ました。実験 2.5.3 の結果 D.3.1 を理論的に確認できました。

(演習 4.2.1 へもどる.)

図 C.1: V_R/V の大きさと位相角の実測値と理論値

C.5 演習 4.2.2 解答 $R-L$ 直列回路のインダクタンス電圧

図 4.17 の回路において、電流 I と電源電圧 V の関係は

$$I = \frac{1}{R + j\omega L} V \quad (\text{C.22})$$

と表されます。これより、インダクタンス電圧 V_L は

$$V_L = j\omega L I = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} V \quad (\text{C.23})$$

と求まります。よって、 V_L/V は

$$\frac{V_L}{V} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} \quad (\text{C.24})$$

と得られます。 V_L/V の大きさ $|V_L/V|$ および位相角 ψ_L は

$$\begin{aligned} \left| \frac{V_L}{V} \right| &= \frac{V_{Le}}{V_e} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \\ \psi_L &= \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

です。実験 4.2.1 では V_{Le} を測っていません。そこで、以下の変形を行い、抵抗電圧と電源電圧の比 V_{Re}/V_e を利用します。上式より、

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_{Le}}{V_e} \right)^2 &= \frac{(\omega L)^2}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{R^2 + (\omega L)^2 - R^2}{R^2 + (\omega L)^2} = 1 - \frac{R^2}{R^2 + (\omega L)^2} = 1 - \left(\frac{V_{Re}}{V_e} \right)^2 \\ \frac{V_{Le}}{V_e} &= \sqrt{1 - \left(\frac{V_{Re}}{V_e} \right)^2} \end{aligned} \quad (\text{C.26})$$

です。

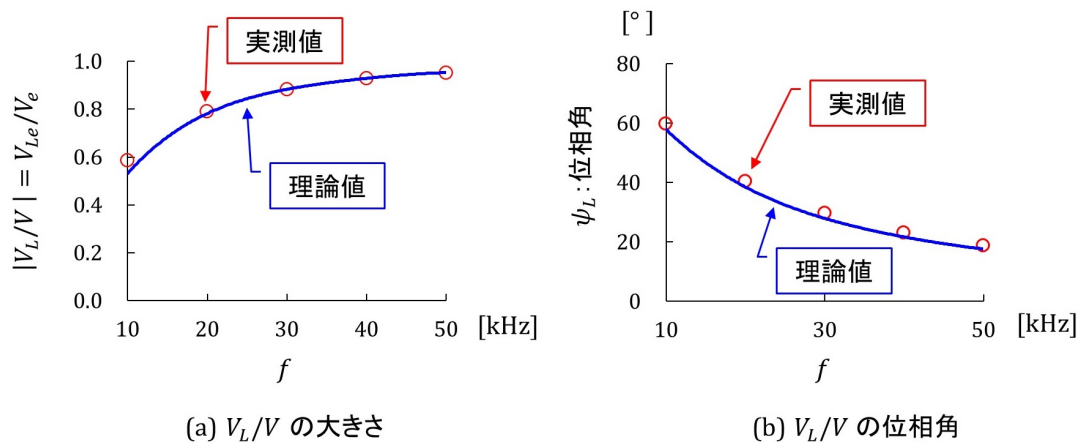
表 C.2 は、実験 4.2.1 における筆者の結果を用いて計算した V_L/V の大きさ V_{Le}/V_e と位相角 ψ_L です。(C.25) 式による理論値を併せて示してあります。

図 C.2 は、表 C.2 のグラフです。(a) が V_{Le}/V_e 、(b) が ψ_L です。赤丸の中心が実測値、青線が理論値です。

(演習 4.2.2 へもどる.)

表 C.2: V_L/V の大きさ V_{Le}/V_e と位相角 ψ_L

f [kHz]	V_{Le}/V_e	V_{Le}/V_e 理論値	t_L [μ s]	ψ_L [$^\circ$]	ψ_L 理論値
10	0.585	0.532	16.58	59.7	57.9
20	0.792	0.782	5.61	40.4	38.5
30	0.884	0.883	2.74	29.6	27.9
40	0.929	0.929	1.60	23.0	21.7
50	0.952	0.953	1.04	18.7	17.7

図 C.2: V_L/V の大きさと位相角の実測値と理論値

C.6 演習 4.2.3 解答 コイルの巻き線抵抗による位相差

1. i の v_L に対する位相差 ψ_L を求めよ.

v_L , v'_L , v_{RL} , i の複素数表示をそれぞれ V_L , V'_L , V_{RL} , I とします.

$$V_L = V_{RL} + V'_L = R_L I + j\omega L I = (R_L + j\omega L) I \quad (\text{C.27})$$

が成立します. コイル電流 I は

$$I = \frac{1}{R_L + j\omega L} V_L \quad (\text{C.28})$$

です. ψ_L は

$$\psi_L = -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R_L} \quad (\text{C.29})$$

と得られます.

2. ψ_L の実測値と理論値を比較せよ.

理論値は $R_L = 60[\Omega]$, $L = 10$ [mH] を (C.29) 式に代入して得られます.

図 C.3 はコイル電流 i のコイル電圧 v_L に対する位相角 ψ_L の実測値と理論値のグラフです. 理論値と実測値は少しずれましたが, 傾向は捉えています. 以下の結果が得られました.

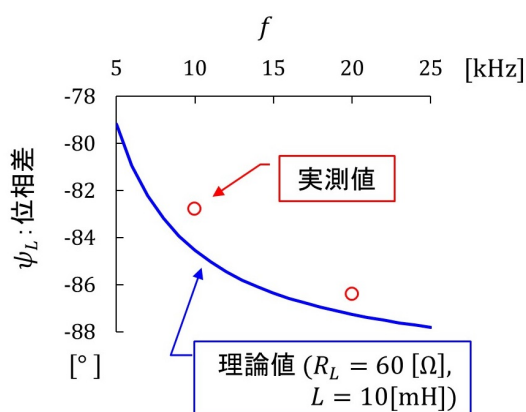


図 C.3: コイルの巻き線抵抗によるコイル電圧・電流の位相角 ψ_L の実測値と理論値

- コイルの巻き線抵抗により，コイル電流 I のコイル電圧 V_L に対する位相差の絶対値 $|\psi_L|$ は 90° より小さくなる．
- 位相差 ψ_L は周波数が高い方が -90° に近い．

実験 3.2.1 の結果 D.5.1 を理論的に確認できました．

(演習 4.2.3 へもどる.)

C.7 演習 4.2.4 解答 $R-L$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性

1. 各周波数におけるインピーダンス Z を求めよ．

表 C.3: $R-L$ 直列回路のインピーダンス

f [kHz]	実測値	
	$R = Z \cos \psi$	$X_L = Z \sin \psi$
10	1.06	0.62
20	1.06	1.25
30	1.06	1.86
40	1.06	2.49
50	1.05	3.09

表 C.3 は筆者の結果です．

2. Z の理論値を求めよ．

表 C.4 に理論値を示します．(4.68) 式，(4.69) 式により求められます． $R = 1$ [kΩ]， $L = 10$ [mH] を代入して， $f = 10 \sim 50$ [kHz] の範囲で変化させました．

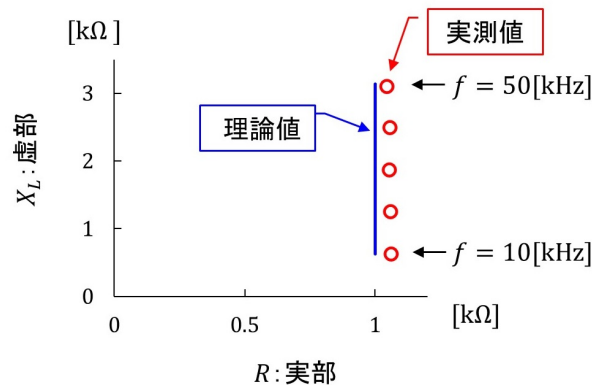
3. Z の実測値と理論値を複素数平面上に描画せよ．

図 C.4 は $R-L$ 直列回路のインピーダンス Z を複素数平面上に描いた結果です．赤丸の中心が実測値，青線が理論値です．抵抗成分が定格値より約 60 [Ω] 大きい結果が得られました．

(演習 4.2.4 へもどる.)

表 C.4: $R-L$ 直列回路のインピーダンス（理論値）

f [kHz]	理論値	
	$R = Z \cos \psi$	$X_L = Z \sin \psi$
10	1	0.63
20	1	1.26
30	1	1.88
40	1	2.51
50	1	3.14

図 C.4: 複素数平面上に描画した $R-L$ 直列回路のインピーダンス

C.8 演習 4.2.5 解答 $R-L$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性（巻き線抵抗補正）

巻き線抵抗 R_L を考慮した場合の $R-L$ 直列回路のインピーダンス Z' は

$$Z' = R + R_L + j\omega L \quad (\text{C.30})$$

となります。上式に $R = 1[\text{k}\Omega]$, $R_L = 60[\Omega]$, $L = 10 [\text{mH}]$ を代入して, $f = 10 \sim 50 [\text{kHz}]$ の範囲で変化させることで, 実部, 虚部を求められます。

図 C.5 は Z' の理論値を図 C.4 に重ねて示します。緑線が Z' の理論値です。巻き線抵抗を考慮することで, 筆者の実験では, 実測値が理論値に近い値となりました。読者が実験に用いた抵抗 R の定格値からのずれによっては, 巻き線抵抗を考慮することで却って補正理論値が実測値から離れてしまうこともあり得ます。その場合はこの補正理論値により実験に用いた抵抗の定格値からのずれを知ることができます。

(演習 4.2.5 へもどる。)

C.9 演習 4.2.6 解答 $R-C$ 直列回路の抵抗電圧

図 4.21 の回路において, 電流 I と電源電圧 V の関係は

$$I = \frac{1}{R - j\frac{1}{\omega C}} V \quad (\text{C.31})$$

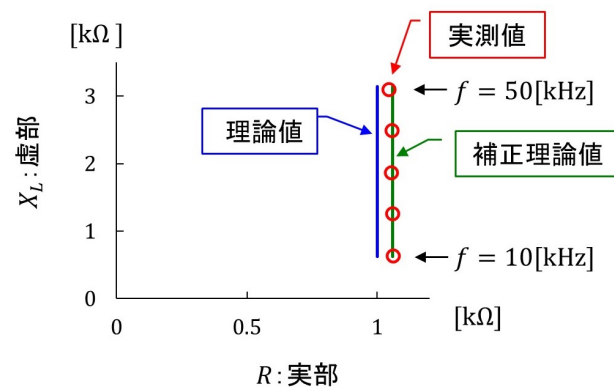


図 C.5: 複素数平面上に描画した $R-L$ 直列回路のインピーダンス (巻き線抵抗補正)

と表されます。これより、抵抗電圧 V_R は

$$V_R = RI = \frac{R}{R - j\frac{1}{\omega C}} V \quad (\text{C.32})$$

と求まります。よって、 V_R/V は

$$\frac{V_R}{V} = \frac{R}{R - j\frac{1}{\omega C}} \quad (\text{C.33})$$

と得られます。 V_R/V の大きさ $|V_R/V|$ および位相角 ψ_R は

$$\begin{aligned} \left| \frac{V_R}{V} \right| &= \frac{V_{Re}}{V_e} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \\ \psi_R &= \tan^{-1} \frac{1}{\omega CR} \end{aligned} \quad (\text{C.34})$$

です。

表 C.5: V_R/V の大きさ V_{Re}/V_e と位相角 ψ_R ($R-C$ 直列回路)

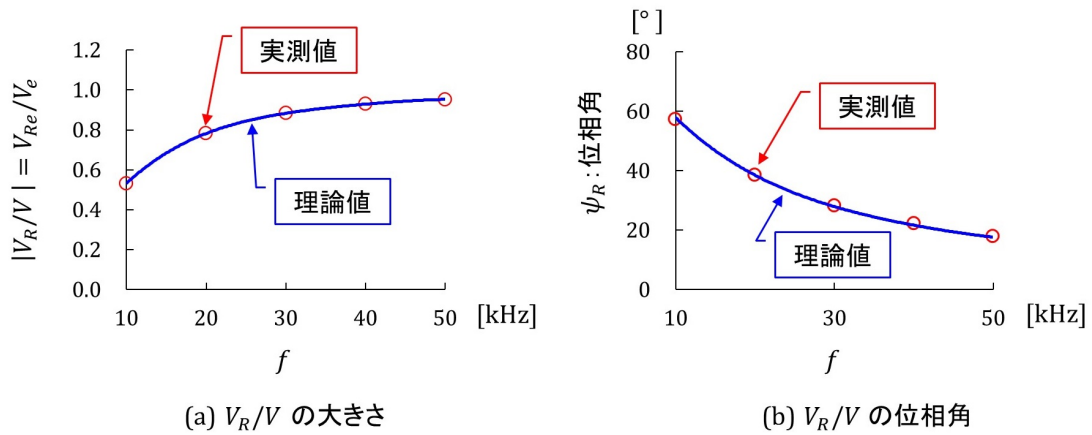
f [kHz]	V_{Re}/V_e	V_{Re}/V_e 理論値	t_{RC} [μs]	ψ_R [°]	ψ_R 理論値
10	0.530	0.532	15.9	57.2	57.9
20	0.771	0.782	5.34	38.4	38.5
30	0.873	0.883	2.62	28.3	27.9
40	0.919	0.929	1.54	22.2	21.7
50	0.941	0.953	1.00	18.0	17.7

表 C.5 は、実験 4.2.2 における筆者の結果を用いて計算した V_R/V の大きさ V_{Re}/V_e と位相角 ψ_R です。(C.34) 式による理論値を併せて示してあります。

図 C.6 は、表 C.5 のグラフです。(a) が V_R/V の大きさ $|V_R/V| = V_{Re}/V_e$, (b) が位相角 ψ_R です。赤丸の中心が実測値、青線が理論値です。

実験より、

- $R-C$ 直列回路では、電流 I の電源電圧 V に対する位相は進む

図 C.6: V_R/V の大きさ V_{Re}/V_e と位相角 ψ_R の実測値と理論値 ($R-C$ 直列回路)

結果を得ました。これは (C.34) 式に合う結果でした。

(演習 4.2.6 へもどる.)

C.10 演習 4.2.7 解答 $R-C$ 直列回路のキャパシタンス電圧

図 4.22 の回路において、電流 I と電源電圧 V の関係は

$$I = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} V \quad (\text{C.35})$$

と表されます。これより、キャパシタンス電圧 V_C は

$$V_C = \frac{1}{j\omega C} I = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} V = \frac{1}{1 + j\omega CR} V \quad (\text{C.36})$$

と求まります。よって、 V_C/V は

$$\frac{V_C}{V} = \frac{1}{1 + j\omega CR} \quad (\text{C.37})$$

と得られます。 V_C/V の大きさ $|V_C/V|$ および位相角 ψ_C は

$$\begin{aligned} \left| \frac{V_C}{V} \right| &= \frac{V_{Ce}}{V_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} \\ \psi_C &= -\tan^{-1} \omega CR \end{aligned} \quad (\text{C.38})$$

です。実験 4.2.2 では V_{Ce} を測っていません。そこで、以下の変形を行い、抵抗電圧と電源電圧の比 V_{Re}/V_e を利用します。上式より、

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_{Ce}}{V_e} \right)^2 &= \frac{\left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} = \frac{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2 - R^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} = 1 - \frac{R^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} = 1 - \left(\frac{V_{Re}}{V_e} \right)^2 \\ \frac{V_{Ce}}{V_e} &= \sqrt{1 - \left(\frac{V_{Re}}{V_e} \right)^2} \end{aligned} \quad (\text{C.39})$$

表 C.6: V_C/V の大きさ V_{Ce}/V_e と位相角 ψ_C

f [kHz]	V_{Ce}/V_e	V_{Ce}/V_e 理論値	t_c [μ s]	ψ_C [$^\circ$]	ψ_C 理論値
10	0.848	0.847	-9.10	-32.8	-32.1
20	0.637	0.623	-7.16	-51.6	-51.5
30	0.488	0.469	-5.71	-61.7	-62.1
40	0.393	0.370	-4.71	-67.8	-68.3
50	0.338	0.303	-4.00	-72.0	-72.3

です。

表 C.6 は、実験 4.2.2 における筆者の結果を用いて計算した V_C/V の大きさ V_{Ce}/V_e と位相角 ψ_C です。(C.38) 式による理論値を併せて示してあります。

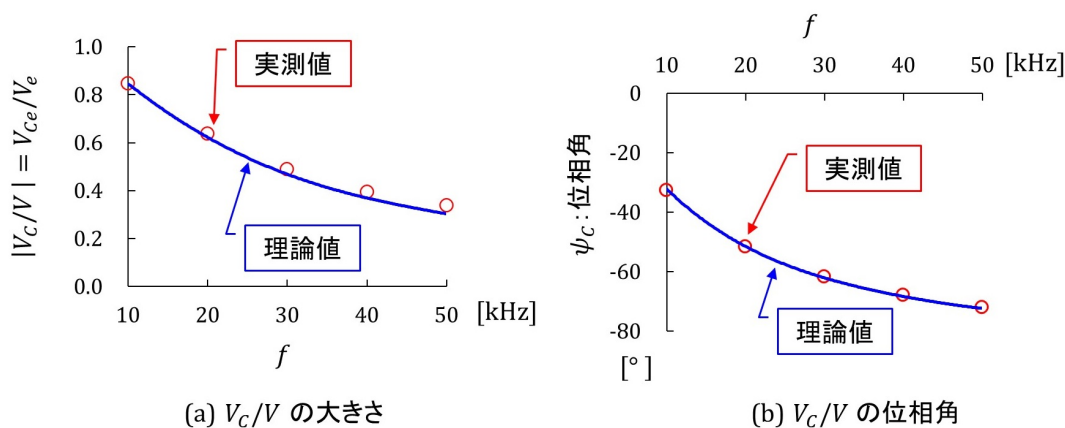
図 C.7: V_C/V の大きさ V_{Ce}/V_e と位相角 ψ_C の実測値と理論値

図 C.7 は、表 C.6 のグラフです。(a) が V_C/V の大きさ $|V_C/V| = V_{Ce}/V_e$, (b) が位相角 ψ_C です。赤丸の中心が実測値、青線が理論値です。

(演習 4.2.7 へもどる。)

C.11 演習 4.2.8 解答 コンデンサの抵抗成分による位相差

1. i の v_C に対する位相差 ψ_C を求めよ。

v_C , v'_C , v_{RC} , i の複素数表示をそれぞれ V_C , V'_C , V_{RC} , I とします。

$$V_C = V_{RC} + V'_C = R_C I - j \frac{1}{\omega C} I \quad (\text{C.40})$$

が成立します。これより

$$I = \frac{1}{R_C - j \frac{1}{\omega C}} V_C \quad (\text{C.41})$$

となります。よって、 ψ_C は

$$\psi_C = \tan^{-1} \frac{1}{\omega C R_C} \quad (\text{C.42})$$

と得られます.

2. ψ_C の実測値と理論値を比較せよ.

理論値は $R_C = 20 [\Omega]$, $C = 0.01 [\mu\text{F}]$ を (C.42) 式に代入して求めます.

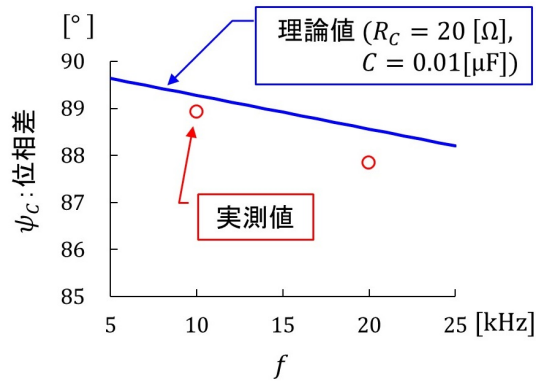


図 C.8: コンデンサの抵抗成分によるコンデンサ電流 i のコンデンサ電圧 v_C に対する位相差 ψ_C の実測値と理論値

図 C.8 はコンデンサ電流 i のコンデンサ電圧 v_C に対する位相差 ψ_C の実測値と理論値のグラフです. 理論値と実測値は少しずれましたが, 傾向は捉えています. 以下の結果が得られました.

- コンデンサの抵抗成分により, コンデンサ電流 I のコンデンサ電圧 V_C に対する位相差は $90 [^\circ]$ より小さくなる.
- 位相差は周波数が低いほど $90 [^\circ]$ に近づく.

実験 3.3.1 の結果 D.6.1 を理論的に確認できました.
(演習 4.2.8 へもどる.)

C.12 演習 4.2.9 解答 $R - C$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性

1. 各周波数におけるインピーダンス Z を求めよ.

表 C.7: $R - C$ 直列回路のインピーダンス

$f[\text{kHz}]$	実測値	
	$R = Z \cos \psi$	$X_C = Z \sin \psi$
10	1.02	-1.59
20	1.02	-0.81
30	1.01	-0.54
40	1.01	-0.41
50	1.01	-0.33

表 C.7 は筆者の結果です.

表 C.8: $R-C$ 直列回路のインピーダンス (理論値)

f [kHz]	理論値	
	$R = Z \cos \psi$	$X_C = Z \sin \psi$
10	1	-1.59
20	1	-0.80
30	1	-0.53
40	1	-0.40
50	1	-0.32

2. Z の理論値を求めよ.

表 C.8 は理論値です. (4.72) 式, (4.73) 式により求められます. $R = 1$ [k Ω], $C = 0.01$ [μ F] を代入して, $f = 10 \sim 50$ [kHz] の範囲で変化させました.

3. Z の実測値と理論値を複素数平面上に描画せよ.

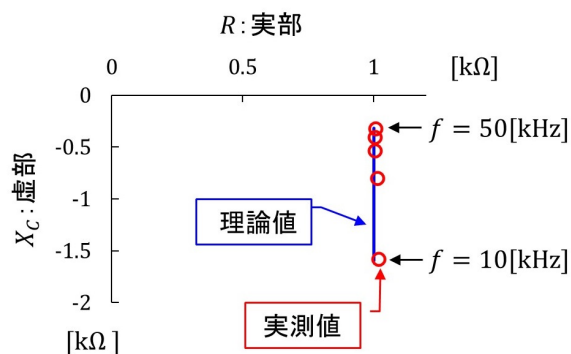
図 C.9: 複素数平面上に描画した $R-C$ 直列回路のインピーダンス

図 C.9 は $R-C$ 直列回路のインピーダンス Z を複素数平面上に描いた結果です. 赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です.

(演習 4.2.9 へもどる.)

C.13 演習 4.2.10 解答 $R-L-C$ 直列回路の抵抗電圧

図 4.27 の回路において, V_R/V は

$$\frac{V_R}{V} = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad (\text{C.43})$$

です. V_R/V の大きさ $|V_R/V|$ および位相角 ψ_R は

$$\begin{aligned} \left| \frac{V_R}{V} \right| &= \frac{V_{Re}}{V_e} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \\ \psi_R &= -\tan^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.44})$$

表 C.9: V_R/V の大きさ V_{Re}/V_e と位相角 ψ_R ($R-L-C$ 直列回路)

f [kHz]	V_{Re}/V_e	V_{Re}/V_e 理論値	t_R [μ s]	ψ_R [$^\circ$]	ψ_R 理論値
10	0.695	0.720	11.4	41.0	43.9
20	0.856	0.908	-3.11	-22.4	-24.7
30	0.588	0.594	-4.70	-50.8	-53.6
40	0.430	0.427	-4.30	-61.9	-64.7
50	0.338	0.334	-3.83	-68.9	-70.5

です。

表 C.9 は、実験 4.2.4 における筆者の結果を用いて計算した V_R/V の大きさ V_{Re}/V_e と位相角 ψ_R です。時間差 t_R には便宜上符号をつけてあります。(C.44) 式による理論値を併せて示してあります。

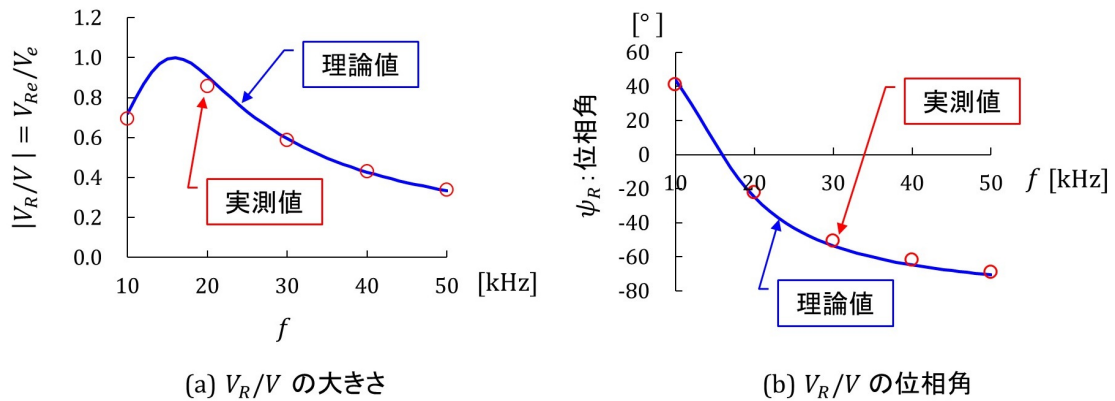
図 C.10: V_R/V の大きさ V_{Re}/V_e と位相角 ψ_R の実測値と理論値 ($R-L-C$ 直列回路)

図 C.10 は、表 C.9 のグラフです。(a) が V_R/V の大きさ、(b) が位相角 ψ_R です。赤丸の中心が実測値、青線が理論値です。

実験より、 $R-L-C$ 回路の電流 I の電源電圧 V に対する位相は

- $\omega L \leq 1/\omega C$ のとき進み、
- $\omega L \geq 1/\omega C$ のとき遅れる

結果を得ました。これは (C.44) 式に合う結果でした。

(演習 4.2.10 へもどる。)

C.14 演習 4.2.11 解答 $R-L-C$ 直列回路のリアクタンス電圧

図 4.28 の回路において、 V_{LC}/V は

$$\frac{V_{LC}}{V} = \frac{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad (\text{C.45})$$

と得られます. V_{LC}/V の大きさ $|V_{LC}/V|$ および位相角 ψ_{LC} は

$$\begin{aligned} \left| \frac{V_{LC}}{V} \right| &= \frac{V_{LCe}}{V_e} = \frac{\left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \\ \psi_{LC} &= \begin{cases} 90 - \tan^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) & (\omega L \geq \frac{1}{\omega C}) \\ -90 - \tan^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) & (\omega L \leq \frac{1}{\omega C}) \end{cases} \end{aligned} \quad (C.46)$$

です. 実験 4.2.4 では V_{LCe} を測っていません. そこで,

$$\frac{V_{LCe}}{V_e} = \sqrt{1 - \left(\frac{V_{Re}}{V_e} \right)^2} \quad (C.47)$$

により V_{LCe}/V_e を得ます.

表 C.10: V_{LC}/V の大きさ V_{LCe}/V_e と位相角 ψ_{LC}

f [kHz]	V_{LCe}/V_e	V_{LCe}/V_e 理論値	t_{LC} [μ s]	ψ_{LC} [$^\circ$]	ψ_{LC} 理論値
10	0.719	0.694	-13.60	-49.0	-46.1
20	0.518	0.419	15.61	67.6	65.3
30	0.809	0.804	13.03	39.2	36.4
40	0.903	0.904	10.55	28.1	25.3
50	0.941	0.943	8.83	21.1	19.5

表 C.10 は, 実験 4.2.4 における筆者の結果を用いて計算した V_{LC}/V の大きさ V_{LCe}/V_e と位相角 ψ_{LC} です. (C.46) 式による理論値を併せて示してあります.

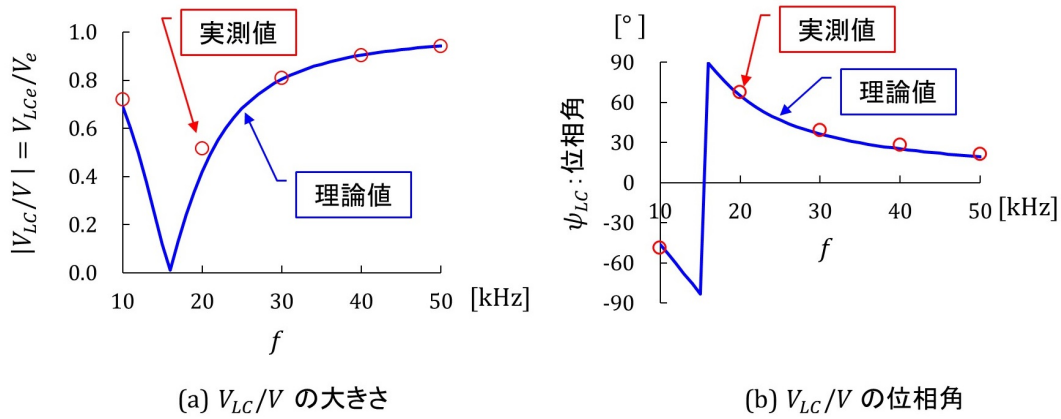


図 C.11: V_{LC}/V の大きさと位相角の実測値と理論値

図 C.11 は, 表 C.10 のグラフです. (a) が V_{LCe}/V_e , (b) が ψ_{LC} です. 赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です.

(演習 4.2.11 へもどる.)

C.15 演習 4.2.12 解答 $R-L-C$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性

1. 各周波数におけるインピーダンスを Z を求めよ.

表 C.11: $R-L-C$ 直列回路のインピーダンス

f [kHz]	実測値	
	$R = Z \cos \psi$	$X_{LC} = Z \sin \psi$
10	1.09	-0.95
20	1.08	0.45
30	1.08	1.32
40	1.10	2.05
50	1.06	2.76

表 C.11 は筆者の結果です.

2. Z の理論値を求めよ.

表 C.12: $R-L-C$ 直列回路のインピーダンス (理論値)

f [kHz]	理論値	
	$R = Z \cos \psi$	$X_L = Z \sin \psi$
10	1	-0.96
20	1	0.46
30	1	1.35
40	1	2.12
50	1	2.82

表 C.12 は理論値です. (4.76) 式, (4.77) 式により求められます. $R = 1$ [k Ω], $L = 10$ [mH], $C = 0.01$ [μ F] を代入して, $f = 10 \sim 50$ [kHz] の範囲で変化させました.

3. Z の実測値と理論値を複素数平面上に描画せよ.

図 C.12 は $R-L-C$ 直列回路のインピーダンス Z を複素数平面上に描いた結果です. 赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です. インピーダンスは周波数とともに虚軸に平行に変化します. この場合も実部の抵抗成分において差が目立つ結果となりました.

(演習 4.2.12 へもどる.)

C.16 演習 4.2.13 解答 $R-L-C$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性 (抵抗成分補正)

コイルの巻き線抵抗 R_L とコンデンサの抵抗成分 R_C を考慮した場合の $R-L-C$ 直列回路のインピーダンス Z' は

$$Z' = R + R_L + R_C + j\omega L \quad (\text{C.48})$$

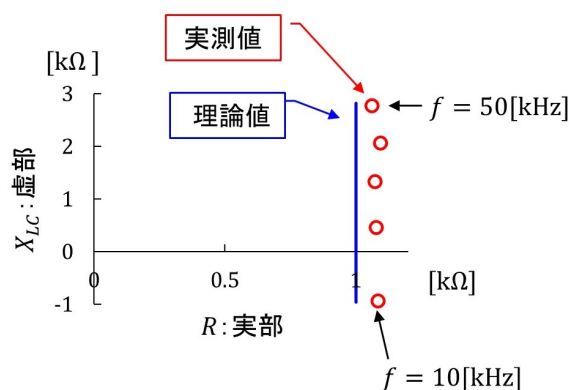


図 C.12: 複素数平面上に描画した $R-L-C$ 直列回路のインピーダンス

となります。上式に $R = 1[\text{k}\Omega]$, $R_L = 60[\Omega]$, $R_C = 20[\Omega]$, $L = 10 [\text{mH}]$ を代入して, $f = 10 \sim 50 [\text{kHz}]$ の範囲で変化させることで, 実部, 虚部を求められます。

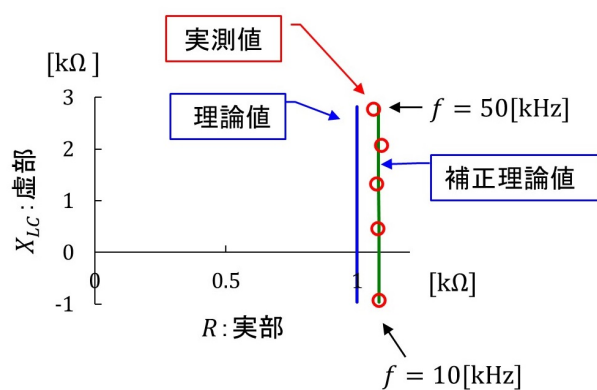


図 C.13: 複素数平面上に描画した $R-L-C$ 直列回路のインピーダンス (抵抗成分補正)

図 C.13 は補正理論値 Z' を図 C.12 に重ねて示します。緑線が Z' です。抵抗成分を考慮することで, 実測値は補正理論値に近い値となりました。

(演習 4.2.13 へもどる。)

C.17 演習 4.3.1 解答 $R-L$ 並列回路のアドミタンスの周波数特性

1. 各周波数におけるアドミタンス Y を求めよ。

表 C.13 は筆者の結果です。

2. Y の理論値を求めよ。

(4.91) 式, (4.92) 式により求められます。 $R = 1[\text{k}\Omega]$, $L = 10 [\text{mH}]$ を代入して, $f = 10 \sim 50 [\text{kHz}]$ の範囲で変化させます。

3. Y の実測値と理論値を複素数平面上に描画せよ。

表 C.13: $R-L$ 並列回路のアドミタンス

f [kHz]	実測値	
	$G = Y \cos \phi$	$B = Y \sin \phi$
10	1.12	-1.50
20	1.01	-0.77
30	0.99	-0.53
40	0.98	-0.41
50	0.97	-0.33

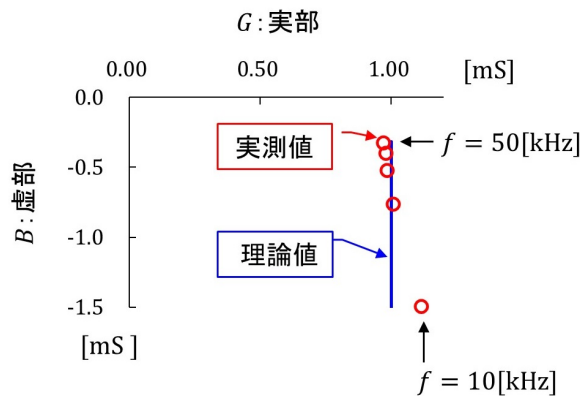
図 C.14: 複素数平面上に描画した $R-L$ 並列回路のアドミタンス

図 C.14 は $R-L$ 並列回路のアドミタンス Y を複素数平面上に描いた結果です。赤丸の中心が実測値、青線が理論値です。実測値のコンダクタンス成分が $f = 10$ [kHz] のときに大きくずれました。

(演習 4.3.1 へもどる。)

C.18 演習 4.3.2 解答 $R-L$ 並列回路のアドミタンスの周波数特性 (巻き線抵抗補正)

図 C.15 はコイルの巻き線抵抗を追記した $R-L$ 並列回路の実験回路です。 $L + R_L$ と R の並列回路のアドミタンス Y' は

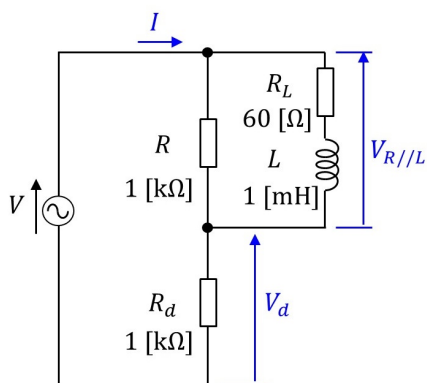
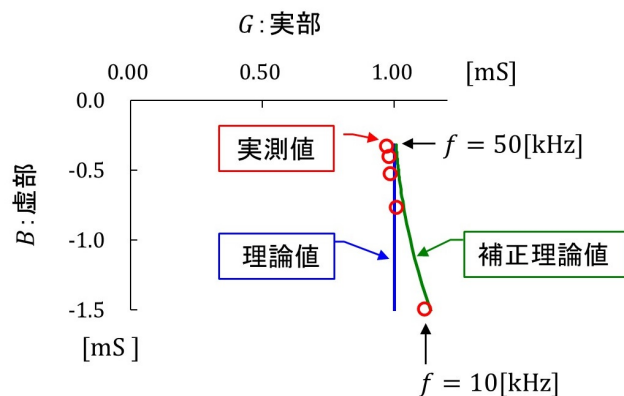
$$Y' = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_L + j\omega L} = \frac{1}{R} + \frac{R_L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + j \frac{-\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} = G' + jB' \quad (\text{C.49})$$

$$G' = \frac{1}{R} + \frac{R_L}{R_L^2 + (\omega L)^2}$$

$$B' = \frac{-\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} \quad (\text{C.50})$$

となります。上式に $R = 1$ [k Ω], $R_L = 60$ [Ω], $L = 10$ [mH] を代入して, $f = 10 \sim 50$ [kHz] の範囲で変化させることで, 実部, 虚部を求められます。

図 C.16 は補正理論値 Y' を図 C.14 に重ねて示します。緑線が補正理論値です。巻き線抵抗を考慮することで, 実測値は補正理論値に近い値となりました。(C.50) 式よりコンダクタンス G' は周波数 f が小さい

図 C.15: コイルの巻き線抵抗を追記した $R-L$ 並列回路の実験回路図 C.16: 複素数平面上に描画した $R-L$ 並列回路のアドミタンス (巻き線抵抗補正)

ほど巻き線抵抗を含む右辺第 2 項が大きくなる傾向にあります。実験結果においては $f = 10$ [kHz] のときにこの傾向が顕著に現れていました。

(演習 4.3.2 へもどる.)

C.19 演習 4.3.3 解答 $R-C$ 並列回路のアドミタンス

(4.89) 式より, $R-C$ 並列回路のアドミタンス Y は

$$Y = \frac{1}{R} + j\omega C = |Y|(\cos \varphi + j \sin \varphi) \quad (\text{C.51})$$

です。ただし,

$$\begin{aligned} |Y| &= \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \\ \varphi &= \tan^{-1} \omega C R \end{aligned} \quad (\text{C.52})$$

です。

(演習 4.3.3 へもどる.)

C.20 演習 4.3.4 解答 $R - C$ 並列回路のアドミタンスの周波数特性

1. 各周波数におけるアドミタンス Y を求めよ.

表 C.14: $R - C$ 並列回路のアドミタンス

f [kHz]	実測値	
	$G = Y \cos \phi$	$B = Y \sin \phi$
10	1.01	0.59
20	1.04	1.19
30	1.10	1.76
40	1.17	2.33
50	1.27	2.89

表 C.14 は筆者の結果です.

2. Y の理論値を求める.

(C.51) 式, (C.52) 式により求められます. $R = 1$ [k Ω], $C = 0.01$ [μ F] を代入して, $f = 10 \sim 50$ [kHz] の範囲で変化させます.

3. Y の実測値と理論値を複素数平面上に描画する.

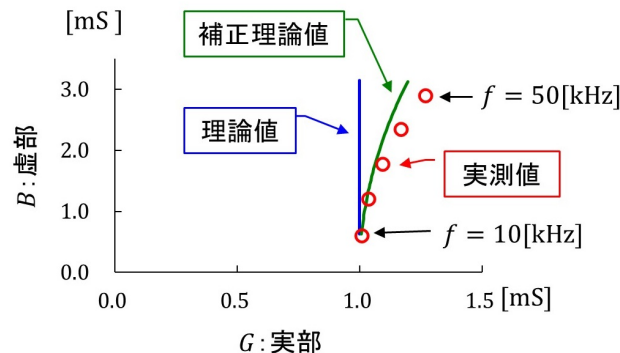
図 C.17: 複素数平面上に描画した $R - C$ 並列回路のアドミタンス

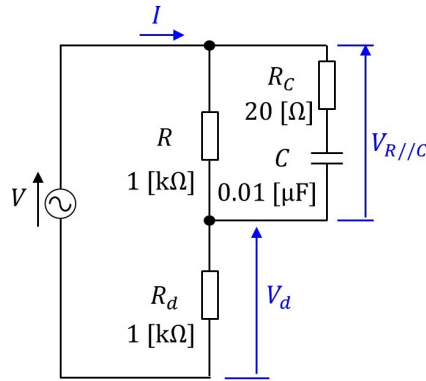
図 C.17 は $R - C$ 並列回路のアドミタンス Y を複素数平面上に描いた結果です. 赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です. f の増加とともに実測値のコンダクタンス成分が大きくなりました.

図 C.18 はコンデンサの抵抗成分 R_C を追記した $R - C$ 並列回路の実験回路です. $C + R_C$ と R の並列回路のアドミタンス Y' は

$$Y' = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_C + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{R} + \frac{R_C}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = G' + jB' \quad (\text{C.53})$$

$$G' = \frac{1}{R} + \frac{R_C}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$B' = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (\text{C.54})$$

図 C.18: コンデンサの抵抗成分を追記した $R - C$ 並列回路の実験回路

となります. 上式に $R = 1 \text{ [k}\Omega\text{]}$, $R_C = 20 \text{ [}\Omega\text{]}$, $C = 0.01 \text{ [}\mu\text{F}\text{]}$ を代入して, $f = 10 \sim 50 \text{ [kHz]}$ の範囲で変化させることで, 実部, 虚部を求められます.

図 C.17 に Y の補正理論値 Y' を緑線で示します. コンデンサの抵抗成分を考慮することで, 実測値は理論値に近い値となりました. (C.54) 式よりコンダクタンス G' は周波数 f が高いほど抵抗成分を含む右辺第 2 項が大きくなる傾向にあります.

(演習 4.3.4 へもどる.)

C.21 演習 4.3.5 $R - L - C$ 並列回路のアドミタンス

解答

(4.89) 式より, $R - L - C$ 並列回路のアドミタンス Y は

$$Y = \frac{1}{R} - j \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) = |Y|(\cos \varphi + j \sin \varphi) \quad (\text{C.55})$$

です. ただし,

$$\begin{aligned} |Y| &= \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \\ \varphi &= -\tan^{-1} \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) R \end{aligned} \quad (\text{C.56})$$

です.

(演習 4.3.5 へもどる.)

C.22 演習 4.3.6 解答 $R - L - C$ 並列回路のアドミタンスの周波数特性

1. 各周波数におけるアドミタンス Y を求めよ.

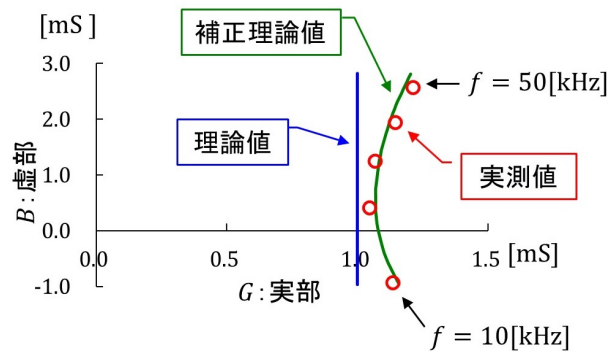
表 C.15 は筆者の結果です.

2. Y の理論値を求める.

(C.55) 式, (C.56) 式により求められます. $R = 1 \text{ [k}\Omega\text{]}$, $L = 10 \text{ [mH]}$, $C = 0.01 \text{ [}\mu\text{F}\text{]}$ を代入して, $f = 10 \sim 50 \text{ [kHz]}$ の範囲で変化させます.

表 C.15: $R-L-C$ 並列回路のアドミタンス

f [kHz]	実測値	
	$G = Y \cos \phi$	$B = Y \sin \phi$
10	1.14	-0.94
20	1.05	0.40
30	1.07	1.23
40	1.15	1.94
50	1.22	2.56

図 C.19: 複素数平面上に描画した $R-L-C$ 並列回路のアドミタンス

3. Y の実測値と理論値を複素数平面上に描画する.

図 C.19 は $R-L-C$ 並列回路のアドミタンス Y を複素数平面上に描いた結果です. 赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です. f の増加とともに実測値のコンダクタンス成分が減少 → 増加しました.

図 C.20 はコイルの巻き線抵抗 R_L およびコンデンサの抵抗成分 R_C を追記した $R-L-C$ 並列回路の実験回路です. 並列回路のアドミタンス Y' は

$$\begin{aligned}
 Y' &= \frac{1}{R} + \frac{1}{R_L + j\omega L} + \frac{1}{R_C + \frac{1}{j\omega C}} \\
 &= \frac{1}{R} + \frac{R_L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_C}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} - j \frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + j \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \\
 &= G' + jB'
 \end{aligned} \tag{C.57}$$

$$\begin{aligned}
 G' &= \frac{1}{R} + \frac{R_L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_C}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \\
 B' &= -\frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}
 \end{aligned} \tag{C.58}$$

となります. 上式に $R = 1$ [k Ω], $R_L = 60$ [Ω], $R_C = 20$ [Ω], $C = 0.01$ [μ F] を代入して, $f = 10 \sim 50$ [kHz] の範囲で変化させることで, 実部, 虚部を求められます.

図 C.19 に Y の補正理論値 Y' を緑線で示します.

コイルの巻線抵抗 R_L とコンデンサの抵抗成分 R_C を考慮することで, 実測値は補正理論値に近い値となりました.

(演習 4.3.6 へもどる.)

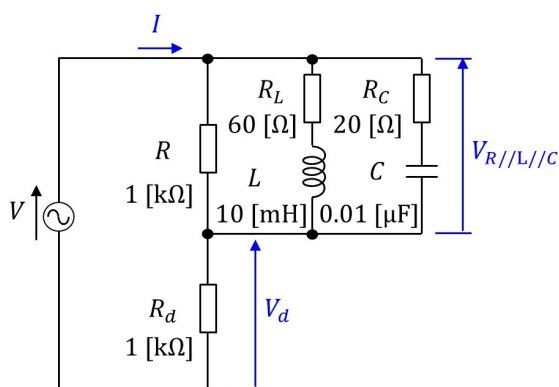
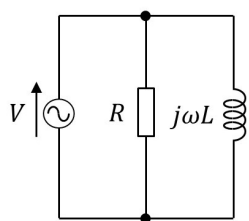


図 C.20: コンデンサの抵抗成分を追記した $R-L-C$ 並列回路の実験回路

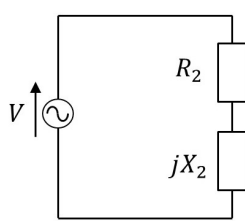
C.23 演習 4.3.7 $R-L$ 並列回路と等価な直列回路

解答

$$Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{\frac{1}{R} - \frac{1}{j\omega L}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} = \frac{\frac{1}{R} + j\frac{1}{\omega L}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} = R_2 + jX_2 \quad (\text{C.59})$$



(a) $R-L$ 並列回路



(b) 等価直列回路

図 C.21: $R-L$ 並列回路のと等価な直列回路

(演習 4.3.7 へもどる.)

C.24 演習 5.6.1 解答 $R-C$ 直列回路のベクトル図

キャパシタンスの両端電圧 V_C は (4.44) 式より

$$V_C = -j\frac{1}{\omega C}I \quad (\text{C.60})$$

です。回路の電圧に関しては、(4.13) 式より

$$V = V_R + V_C \quad (\text{C.61})$$

です。

図 5.8(b) のベクトル図を描く手順です。

1. 電流 I を, 基準ベクトルとします. その方向を $x-y$ 平面上の x 軸の正の向きに合わせ, 始点を $x-y$ 平面上の原点におきます.
2. V_R を描きます. (5.12) 式より, I と同じ向きに描きます. 大きさは $R|I|$ です. 始点を $x-y$ 平面上の原点におきます.
3. V_C を描きます. (C.60) 式より, V_R ベクトルの終点を起点として, V_R から時計方向に 90° 回転させて描きます. 大きさは $(1/\omega C)|I|$ です.
4. V を描きます. (C.61) 式より, V_R と V_C のベクトル和をとります. 大きさ $|V|$ は

$$|V| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} |I| \quad (\text{C.62})$$

となります.

(演習 5.6.1 へもどる.)

C.25 演習 5.6.2 解答 周波数 f に無関係に $V_{CR} = 0$ とする回路のベクトル図

1. $R_1 - C$ 回路の電流 I_1 と $R_2 - L$ 回路の電流 I_2 の式を求めよ.

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{R_1 - j\frac{1}{\omega C}} V = \frac{j\omega C}{1 + j\omega C R_1} V \\ I_2 &= \frac{1}{R_2 + j\omega L} V \end{aligned} \quad (\text{C.63})$$

2. $V_{CR} = 0$ とする条件は $CR_1 = L/R_2$ であった. この条件が成立するときの I_1 の I_2 に対する位相差を求めよ.

I_1, I_2 の V に対する位相差を ψ_1, ψ_2 とすると

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \omega C R_1 \\ \psi_2 &= -\tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R_2} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.64})$$

です. $CR_1 = L/R_2$ なので, I_1 の I_2 に対する位相差 ψ は

$$\psi = \psi_1 - \psi_2 = \frac{\pi}{2} \quad (\text{C.65})$$

と求まります.

3. $V, V_{R1}, V_{R2}, V_L, V_C, I_1, I_2$ のベクトル図を描け.

図 C.22 にベクトル図を示します. (a) は周波数 f が低い場合, (b) は高い場合です. 電源電圧 V が $R-L$ 直列回路と $R-C$ 直列回路で共通です. また, 図 5.6 から $V_{R2} \perp V_L$, 図 5.8 から $V_{R1} \perp V_C$

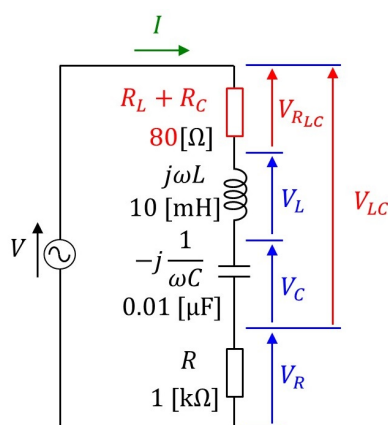


図 C.24: $R-L-C$ 直列回路+抵抗成分 $R_L + R_C$

C.27 演習 5.7.2 解答 $R-L-C$ 直列回路においてコイル・コンデンサの抵抗成分を考慮したベクトル図

図 C.24 に課題の回路にコイル・コンデンサ両端電圧 V_{LC} とコイル・コンデンサの抵抗成分の両端電圧 V_{RLC} を記入して再掲します。

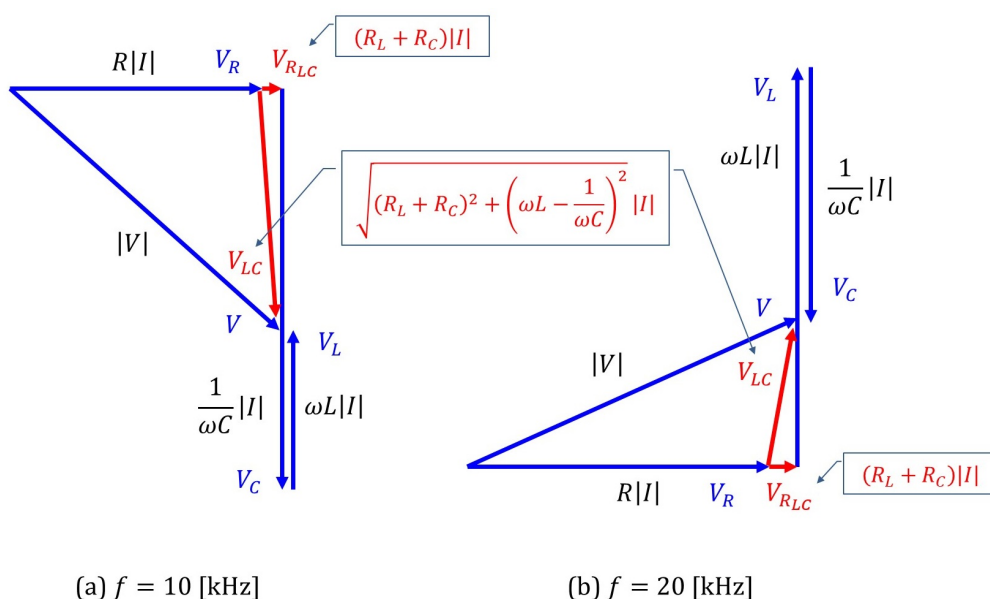


図 C.25: $R-L-C$ 直列回路においてコイル・コンデンサの抵抗成分電圧 V_{RLC} を考慮したベクトル図

図 C.25 は $R-L-C$ 直列回路においてコイル・コンデンサの抵抗成分を考慮したベクトル図です。(a) が電源周波数 $f = 10$ [kHz] の場合、(b) が 20 [kHz] の場合です。

以下に $f = 10$ [kHz] の場合について計算過程を記します。筆者がベクトル図を描くに当たって、各ベクトルの大きさを求めた過程です。ただし、ベクトルの大きさは概略でよいです。ベクトル図は、複素数表示では把握しにくかった各電圧の大きさと位相の関係を図に表せることが最大の利点です。

1. $|V| = 1$ [V] (何 V でもよい) として, $|I|$ を求める.

$$\begin{aligned} |I| &= \frac{1}{\sqrt{(R + R_L + R_C)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1080)^2 + \left(2 \times \pi \times 10^4 \times 0.01 - \frac{1}{2 \times \pi \times 10^4 \times 10^{-8}}\right)^2}} \\ &= 0.691 \times 10^{-3} [\text{mA}] \end{aligned} \quad (\text{C.66})$$

2. $|V_R|$, $|V_{RLC}|$ を求める.

$$\begin{aligned} |V_R| &= R|I| = 1000 \times 0.691 \times 10^{-3} = 0.691 [\text{V}] \\ |V_{RLC}| &= (R_L + R_C)|I| = 0.0553 [\text{V}] \end{aligned} \quad (\text{C.67})$$

3. $|V_L|$, $|V_C|$ を求める.

$$\begin{aligned} |V_L| &= \omega L|I| = 2 \times \pi \times 10^4 \times 0.01 \times 0.691 \times 10^{-3} = 0.434 [\text{V}] \\ |V_C| &= \frac{1}{\omega C}|I| = \frac{1}{2 \times \pi \times 10^4 \times 0.01 \times 10^{-6}} \times 0.691 \times 10^{-3} = 1.10 [\text{V}] \end{aligned} \quad (\text{C.68})$$

(演習 5.7.2 へもどる.)

C.28 演習 5.8.1 解答 $R-L$ 並列回路のベクトル図

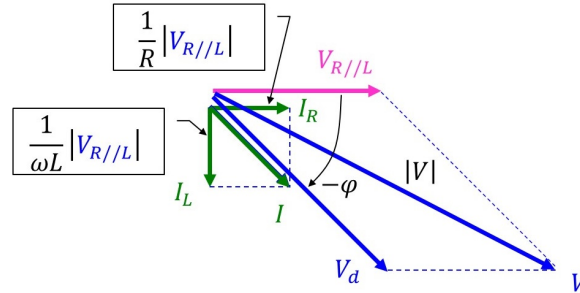


図 C.26: $R-L$ 並列回路のインピーダンス計測実験回路のベクトル図

図 C.26 が解答のベクトル図です。基準ベクトルを並列回路電圧 $V_{R//L}$ にとります。方向は $x-y$ 平面上の x 軸の正の向きに合わせ、始点を同平面の原点にとります。そして、

- $|I_R| = |V_{R//L}|/R$ ($V_{R//L}$ と同方向)

暫定的に $|V_{R//L}| = 1$ [V] とすると、

$$|I_R| = \frac{1}{1000[\Omega]} = 10^{-3} [\text{A}] \quad (\text{C.69})$$

- $|I_L| = |V_{R//L}|/\omega L$ ($V_{R//L}$ から時計方向へ 90° 回転)

$$|I_L| = \frac{1}{2\pi f L} = \frac{1}{2 \times \pi \times 15.92 \times 10^3 \times 0.01} = \frac{1}{1000[\Omega]} = 10^{-3}[\text{A}] \quad (\text{C.70})$$

- $I = (I_R \text{ と } I_L \text{ のベクトル和})$

$$|I| = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{2} \times 10^{-3}[\text{A}] \quad (\text{C.71})$$

- $|V_d| = R_d |I|$ (I と同相)

$$|V_d| = 10^3 \times \sqrt{2} \times 10^{-3} = \sqrt{2}[\text{V}] \quad (\text{C.72})$$

- $V = (V_{R//L} \text{ と } V_d \text{ のベクトル和})$

V_d の $V_{R//L}$ に対する位相差を $-\varphi$ （反時計方向を正としています.）とすると

$$-\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{R}{\omega L} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1[\text{k}\Omega]}{1[\text{k}\Omega]} \right) = 45[^\circ] \quad (\text{C.73})$$

です. これより,

$$|V| = \sqrt{(|V_{R//L}| + |V_d| \cos \varphi)^2 + (|V_d| \sin \varphi)^2} = \sqrt{(1+1)^2 + (1)^2} = 2.24[\text{V}] \quad (\text{C.74})$$

と求まります.

ベクトル図は各ベクトルの相対的な大きさ, 位相差を表すことが目的なので, このままでもよいです. $|V_{R//L}| = 1 [\text{V}]$ は暫定値なので, $|V| = 1 [\text{V}]$ とするには, 各電圧ベクトルを $1/2.24$ 倍します.

(演習 5.8.1 へもどる.)

C.29 演習 5.8.2 解答 $R-L$ 並列回路（コイルの巻き線抵抗 R_L を考慮）のベクトル図

図 C.27 が解答のベクトル図です. 基準ベクトルをコイル電流 I_L にとります. 方向は $x-y$ 平面上の y 軸の負の向きに合わせ, 始点を同平面の原点にとります. そして,

- $|V_{RL}| = R|I_L|$ (I_L と同方向)

暫定的に $|I_L| = 1 [\text{mA}]$ とすると,

$$|V_{RL}| = 80[\Omega] \times 10^{-3} = 0.08[\text{V}] \quad (\text{C.75})$$

- $|V_L| = \omega L |I_L|$ (I_L から反時計方向へ 90° 回転)

$$|V_L| = 1000[\Omega] \times 10^{-3} = 1[\text{V}] \quad (\text{C.76})$$

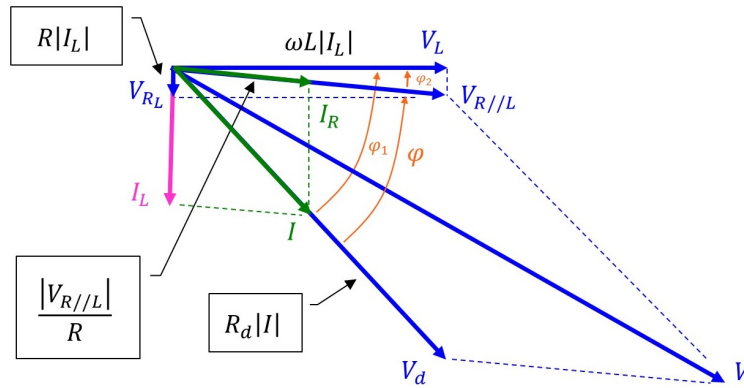


図 C.27: $R-L$ 並列回路 (コイルの巻き線抵抗 R_L を考慮) のベクトル図

- $V_{R//L} = (V_{RL} \text{ と } V_L \text{ のベクトル和})$

$V_{R//Lx}$, $V_{R//Ly}$ をそれぞれ $V_{R//L}$ の x 方向成分, y 方向成分とします. 以降, x , y の添え字により x , y 方向成分を表します.

$$\begin{aligned} V_{R//Lx} &= |V_L| = 1[\text{V}] \\ V_{R//Ly} &= -|V_{RL}| = -0.08[\text{V}] \end{aligned} \quad (\text{C.77})$$

- $|I_R| = |V_{R//L}|/R$ ($V_{R//L}$ と同相)

$$\begin{aligned} I_{Rx} &= \frac{V_{R//Lx}}{R} = 10^{-3}[\text{A}] \\ I_{Ry} &= \frac{V_{R//Ly}}{R} = -0.08 \times 10^{-3}[\text{A}] \end{aligned} \quad (\text{C.78})$$

- $I = (I_L \text{ と } I_R \text{ のベクトル和})$

$$\begin{aligned} I_x &= I_{Rx} = 10^{-3}[\text{A}] \\ I_y &= -|I_L| + I_{Ry} = -1.08 \times 10^{-3}[\text{A}] \end{aligned} \quad (\text{C.79})$$

- $V_d = R_d I$

$$\begin{aligned} V_{dx} &= R_d I_x = 1[\text{V}] \\ V_{dy} &= R_d I_y = -1.08[\text{V}] \end{aligned} \quad (\text{C.80})$$

- $V = (V_{R//L} \text{ と } V_d \text{ のベクトル和})$

$$\begin{aligned} V_x &= V_{R//Lx} + V_{dx} = 2[\text{V}] \\ V_y &= V_{R//Ly} + V_{dy} = -1.16[\text{V}] \end{aligned} \quad (\text{C.81})$$

$$|V| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 2.31[\text{V}] \quad (\text{C.82})$$

暫定的に $|I_L| = 1$ [V] としたので, $|V| = 1$ [V] とするには, 各電圧ベクトルの大きさを $1/2.31$ 倍すればできあがりです.

$V_{R//L}$ の I に対する位相差 φ (時計回りを正とします.) は, V_L の I に対する位相差を φ_1 , V_L の $V_{R//L}$ に対する位相差 φ_2 とすると

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \tan^{-1} \left(\frac{|Iy|}{|Ix|} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{|V_{R//L}y|}{|V_{R//L}x|} \right) = 42.6[^\circ]. \quad (\text{C.83})$$

(演習 5.8.2 へもどる.)

C.30 演習 5.9.1 解答 $R - C$ 並列回路のベクトル図

キャパシタンスを流れる電流 I_C は (4.43) 式より

$$I_C = j\omega CV \quad (\text{C.84})$$

です. 回路の電流に関しては, (4.15) 式より

$$I = I_R + I_C \quad (\text{C.85})$$

です.

図 5.17(b) のベクトル図を描く手順です.

1. 電圧 V を, 基準ベクトルとします. その方向を $x - y$ 平面上の x 軸の正の向きに合わせ, 始点を $x - y$ 平面の原点におきます.
2. I_R を描きます. (5.16) 式より, V と同じ向きに描きます. 大きさは $|V|/R$ です. 始点を $x - y$ 平面の原点におきます.
3. I_C を描きます. (C.84) 式より, I_R から反時計方向に 90° 回転させて描きます. 大きさは $\omega C|V|$ です. 始点を $x - y$ 平面の原点におきます.
4. I を描きます. (C.85) 式より, I_R と I_C のベクトル和をとります. 大きさ $|I|$ は

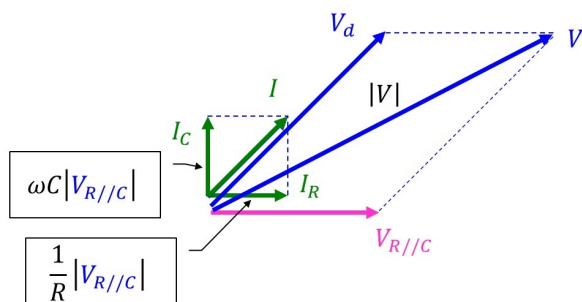
$$|I| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} |V| \quad (\text{C.86})$$

となります.

(演習 5.9.1 へもどる.)

C.31 演習 5.9.2 解答 $R - C$ 並列回路のアドミタンス計測実験回路のベクトル図

(演習 5.9.2 へもどる.)

図 C.28: $R - C$ 並列回路のアドミタンス計測実験回路のベクトル図

C.32 演習 5.10.1 解答 $R - L - C$ 並列回路のベクトル図

インダクタンスを流れる電流 I_L は (4.36) 式より

$$I_L = \frac{1}{j\omega L} V \quad (\text{C.87})$$

です。キャパシタンスを流れる電流 I_C は (4.43) 式より

$$I_C = j\omega C V \quad (\text{C.88})$$

です。回路の電流に関しては、(4.15) 式より

$$I = I_R + I_L + I_C \quad (\text{C.89})$$

です。

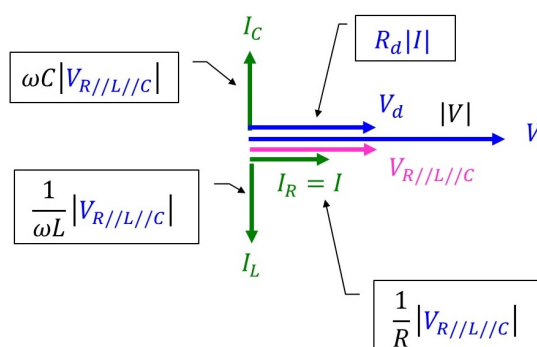
図 5.20 のベクトル図を描く手順です。

1. 電圧 V を、基準ベクトルとします。その方向を $x - y$ 平面上の x 軸の正の向きに合わせ、始点を $x - y$ 平面の原点におきます。
2. I_R を描きます。(5.16) 式より、 V と同じ向きに描きます。大きさは $|V|/R$ です。始点を $x - y$ 平面の原点におきます。
3. I_L を描きます。(C.87) 式より、 I_R ベクトルの始点を起点として、 I_R から時計方向に 90° 回転させて描きます。大きさは $(1/\omega L)|V|$ です。
4. I_C を描きます。(C.88) 式より、 I_R ベクトルの始点を起点として、 I_R から反時計方向に 90° 回転させて描きます。大きさは $\omega C |V|$ です。
5. I を描きます。(C.89) 式より、 I_R , I_L , I_C のベクトル和をとります。大きさ $|I|$ は

$$|I| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} |V| \quad (\text{C.90})$$

となります。

(演習 5.10.1 へもどる。)

図 C.29: $R-L-C$ 並列回路のアドミタンス計測実験回路のベクトル図

C.33 演習 5.10.2 解答 $R-L-C$ 並列回路のアドミタンス計測実験回路のベクトル図

(演習 5.10.2 へもどる.)

C.34 演習 5.10.3 解答 $R//L + R//C$ 回路のインピーダンス計測実験のベクトル図

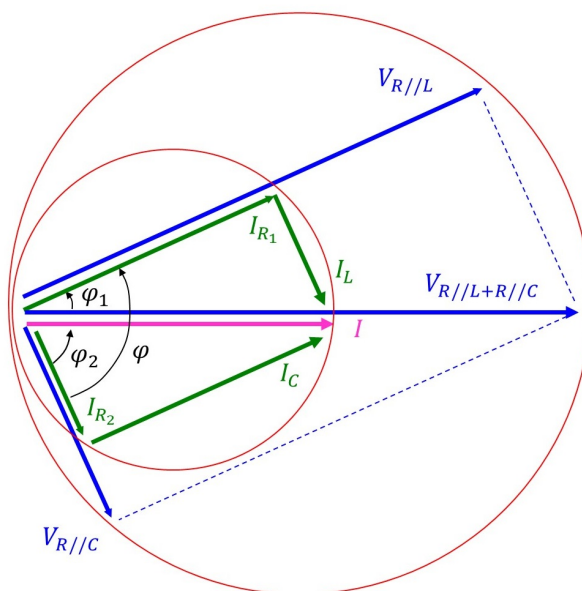
図 C.30: $R//L + R//C$ 回路のインピーダンス計測実験のベクトル図

図 C.30 が解答例です。図 5.22 において, (5.21) 式より, V , $V_{R//L+R//C}$, V_d と I は f によらず同相です。そして, $V_{R//L+R//C}$ と V_d は f によらず振幅比が 1:1 です。したがって, V の振幅が一定であれば, $V_{R//L+R//C}$ と I は f によらず同相で振幅が一定です。

$V_{R//L}$ を基準ベクトルにすると、図のように I_{R1} は $V_{R//L}$ に同相であり、 I_L は $V_{R//L}$ より 90° 位相が遅れます。そして、

$$V_{R//L} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L}} I = \frac{j\omega L R_1}{R_1 + j\omega L} I \quad (\text{C.91})$$

です。よって、 I_{R1} の合成電流 I に対する位相差を φ_1 とすると

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R_1} \right) \quad (\text{C.92})$$

です。

一方、 $V_{R//C}$ を基準ベクトルにすると、図のように I_{R2} は $V_{R//C}$ に同相であり、 I_C は $V_{R//C}$ より 90° 位相が進みます。そして、

$$V_{R//C} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C} I \quad (\text{C.93})$$

です。よって、合成電流 I の I_{R2} に対する位相差を φ_2 とすると

$$\varphi_2 = \tan^{-1}(\omega C R_2) \quad (\text{C.94})$$

です。

したがって、 I_{R1} の I_{R2} に対する位相差を φ とし、(D.65) 式の条件 $R_1 = R_2 = \sqrt{L/C}$ を代入すると、

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R_1} \right) + \tan^{-1}(\omega C R_2) = \frac{\pi}{2} \quad (\text{C.95})$$

となります。

以上より、 I_{R1} 、 I_L 、 I_{R2} 、 I_C からなる四角形は、3つの内角が直角なので長方形です。 $V_{R//L}$ は I_{R1} と同相で、 $V_{R//C}$ は I_{R2} と同相です。よって、 $V_{R//L} \perp V_{R//C}$ です。これより、 $V_{R//L}$ と $V_{R//C}$ のベクトル和からなる平行四辺形も長方形です。

2つの長方形の対角線 $V_{R//L//C}$ と I は f によらず同相で大きさが一定です。 f が変化すると、 $V_{R//L}$ と $V_{R//C}$ からなる四角形は $V_{R//L} \perp V_{R//C}$ の関係を保ちながら $|V_{R//L//C}|$ を直径とする円に内接しながら変化します。そして、 I_{R1} 、 I_L 、 I_{R2} 、 I_C からなる四角形は、 $|I|$ を直径とする円に内接して変化します。

(演習 5.10.3 へもどる。)

C.35 演習 6.3.1 解答 抵抗／インダクタンス／キャパシタンスの有効・無効電力

負荷が抵抗だけからなる場合は、(6.19) 式から、 $\psi = 0$ 、力率 $\cos \psi = 1$ です。したがって、

$$\begin{aligned} P_{act} &= V_e I_e \\ P_r &= 0 \end{aligned} \quad (\text{C.96})$$

です。

負荷がインダクタンスだけからなる場合は、(6.31) 式から、 $\psi = \pi/2$ 、力率 $\cos \psi = 0$ です。したがって、

$$\begin{aligned} P_{act} &= 0 \\ P_r &= V_e I_e \end{aligned} \quad (\text{C.97})$$

です.

負荷がキャパシタンスだけからなる場合は, (6.39) 式から, $\psi = -\pi/2$, 力率 $\cos \psi = 0$ です. したがって,

$$\begin{aligned} P_{act} &= 0 \\ P_r &= -V_e I_e \end{aligned} \quad (\text{C.98})$$

です.

(演習 6.3.1 へもどる.)

C.36 演習 6.3.2 解答 $R - C$ 負荷の電力

$R - C$ 直列回路における位相角 ψ は (4.73) 式より

$$\psi = -\tan^{-1} \frac{1}{\omega C R} \quad (\text{C.99})$$

です. これより, $\cos \psi$, $\sin \psi$ は

$$\begin{aligned} \cos \psi &= \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \\ \sin \psi &= -\frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \end{aligned} \quad (\text{C.100})$$

です. これらを有効電力 P_{act} , 無効電力 P_r に代入すると

$$\begin{aligned} P_{act} &= V_e I_e \cos \psi = V_e I_e \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \begin{cases} R I_e^2 \\ \frac{R}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} V_e^2 \end{cases} \\ P_r &= V_e I_e \sin \psi = -V_e I_e \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \begin{cases} -\left(\frac{1}{\omega C}\right) I_e^2 \\ -\frac{\frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} V_e^2 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{C.101})$$

となります. ただし,

$$I_e = \frac{V_e}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (\text{C.102})$$

の関係を using しています. (6.24) 式, (6.44) 式より, $R - C$ 負荷の有効電力 P_{act} は $R - C$ 負荷内の抵抗 R により消費される電力の平均値であり, 無効電力 P_r はキャパシタンス C と電源の間を往来する電力の振幅 (ただし, 負号付き) です.

(演習 6.3.2 へもどる.)

C.37 演習 7.2.1 解答 電流源を持つ等価電源への変換

1. 実験 7.2.1 の電圧源による電源回路

図 C.31(a) に実験 7.2.1 で得られた, 電圧源を用いた電源回路を示します. 電源周波数 $f = 1$ [kHz] の場合の結果を用いています.

2. 電流源を用いた等価電源への変換

図 C.31(a) の回路に (7.11) 式の関係を用いることで図 C.31(b) の回路が得られます.

(演習 7.2.1 へもどる.)

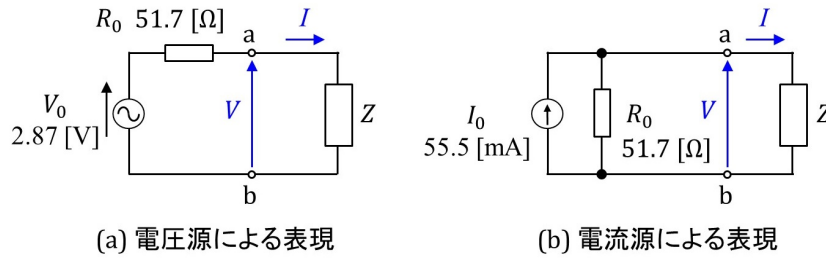


図 C.31: 電流源を持つ等価電源への変換

C.38 演習 7.4.1 解答 閉路解析法による回路解析

(7.20) 式において, $Z_1 = R_1$, $Z_2 = R_2$, $Z_3 = 1/(j\omega C)$ とすると

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 - j\frac{1}{\omega C} & j\frac{1}{\omega C} \\ j\frac{1}{\omega C} & R_2 - j\frac{1}{\omega C} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.103})$$

となります。これより,

$$I_1 = \frac{(R_2 - j\frac{1}{\omega C})V_1 + j\frac{1}{\omega C}V_2}{(R_1 - j\frac{1}{\omega C})(R_2 - j\frac{1}{\omega C}) + (\frac{1}{\omega C})^2} = \frac{(\frac{j\omega C}{R_1} + \frac{1}{R_1 R_2})V_1 - \frac{1}{R_1 R_2}V_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega C} \quad (\text{C.104})$$

が得られます。 V_3 は

$$V_3 = V_1 - R_1 I_1 = V_1 - \frac{(j\omega C + \frac{1}{R_2})V_1 - \frac{1}{R_2}V_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega C} = \frac{\frac{1}{R_1}V_1 + \frac{1}{R_2}V_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega C} \quad (\text{C.105})$$

となり, (D.82) 式が導出できました。

(演習 7.4.1 へもどる.)

C.39 演習 7.6.1 解答 鳳 - テブナンの定理によるブリッジ回路の解法

図 C.32(a) は, 図 7.17 のブリッジ回路から Z_5 を切り離れた回路です。開放電圧 V_0 は

$$V_0 = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3}V - \frac{Z_4}{Z_2 + Z_4}V = \frac{Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_4)}V \quad (\text{C.106})$$

です。図 C.32(b) は (a) の電圧源 V の箇所を短絡した回路です。端子 $a-b$ から見たインピーダンス Z_0 は

$$Z_0 = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3}} + \frac{1}{\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4}} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} + \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_4} \quad (\text{C.107})$$

となります。鳳 - テブナンの定理より

$$\begin{aligned} I_5 &= \frac{V_0}{Z_0 + Z_5} = \frac{\frac{Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_4)}}{\frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} + \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_4} + Z_5}V \\ &= \frac{Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4}{Z_1 Z_3(Z_2 + Z_4) + Z_2 Z_4(Z_1 + Z_3) + Z_5(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_4)}V \end{aligned} \quad (\text{C.108})$$

(演習 7.6.1 へもどる.)

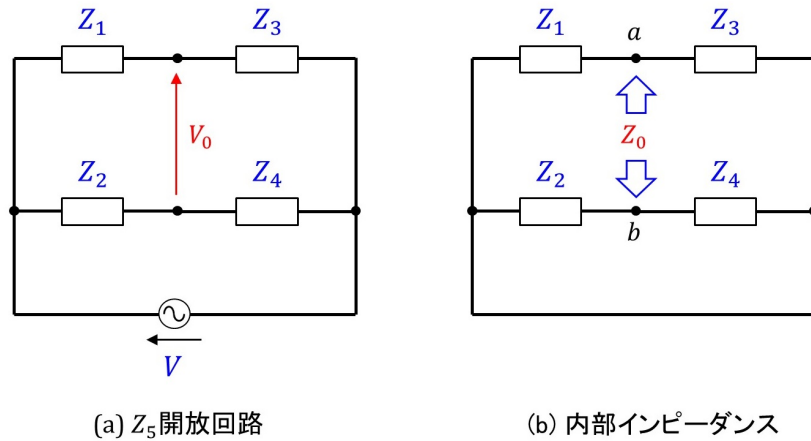


図 C.32: ブリッジ回路の開放回路と内部インピーダンス

C.40 演習 9.2.1 解答 Q とインダクタンス電圧の関係

(9.24) 式は

$$Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{\omega_r L I_{re}}{R I_{re}} = \frac{V_{Lre}}{V_{re}} \quad (\text{C.109})$$

と変形できます。ただし、 V_{Lre} 、 V_{re} はそれぞれ共振時のインダクタンス電圧の実効値、電源電圧の実効値です。 Q 値は共振時にインダクタンス電圧が電源電圧に対してどれだけ大きくなるかを表しています。

(演習 9.2.1 へもどる.)

C.41 演習 9.2.2 解答 実験 4.2.4 の Q 値

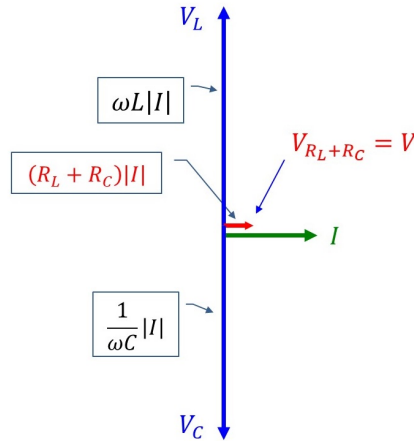
$$Q = \frac{1}{R + R_L + R_C} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{1000 + 60 + 20[\Omega]} \sqrt{\frac{0.01[\text{H}]}{0.01 \times 10^{-6}[\text{F}]}} = 0.926 \quad (\text{C.110})$$

(演習 9.2.2 へもどる.)

C.42 演習 9.2.3 解答 Q 値の計測実験のベクトル図

図 C.33 が Q 値の計測実験回路におけるベクトル図です。ベクトルの大きさは概略です。重要な点は、キャパシタンス電圧 V_C とインダクタンス電圧 V_L が打ち消し合っていること、コイルの巻き線抵抗とコンデンサの抵抗成分の電圧 V_{RL+RC} が電流と同相とあり、電源電圧 V と等しくなっていることです。

(演習 9.2.3 へもどる.)

図 C.33: Q 値の実験回路のベクトル図

C.43 演習 9.2.4 解答 v_C が v'_C の代用となる根拠

図 9.7 において, 回路に流れる電流を I とすると,

$$\begin{aligned} V'_C &= -j \frac{1}{\omega C} I \\ V_C &= \left(R_C - j \frac{1}{\omega C} \right) I \end{aligned} \quad (\text{C.111})$$

です. 電圧比 V'_{Ce}/V_{Ce} と位相差 $\psi_{C'-C}$ を求めると

$$\begin{aligned} \frac{V'_{Ce}}{V_{Ce}} &= \frac{\frac{1}{\omega C} I_e}{\sqrt{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} I_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega C R_C)^2}} \\ \psi_{C'-C} &= -90[^\circ] + \tan^{-1} \frac{1}{\omega C R_C} \end{aligned} \quad (\text{C.112})$$

です. これに, $f = 15.9$ [kHz], $R_C = 20$ [Ω], $C = 0.01$ [μF] を代入すると,

$$\begin{aligned} \frac{V'_{Ce}}{V_{Ce}} &= 0.9998 \\ \psi_{C'-C} &= -1.145[^\circ] \end{aligned} \quad (\text{C.113})$$

と得られます. V'_C と V_C の違いはわずかです.

(演習 9.2.4 へもどる.)

C.44 演習 9.2.5 解答 関数発生器 (Signal Generator) の内部抵抗

直列共振時の $R-L-C$ 直列回路のインピーダンスは直列回路の抵抗成分 $R_L + R_C = 80[\Omega]$ です. (7.29) 式より, 抵抗成分を流れる電流 I は

$$I_e = \frac{V_{0e}}{R_0 + R_L + R_C} \quad (\text{C.114})$$

です。したがって、共振時の関数発生器の出力電圧 V_e は

$$V_e = (R_L + R_C)I_e = \frac{R_L + R_C}{R_0 + R_L + R_C} V_{0e} \quad (\text{C.115})$$

となります。これより、内部抵抗 R_0 は

$$R_0 = (R_L + R_C) \left(\frac{V_{0e}}{V_e} - 1 \right) = 80 \times \left(\frac{0.37}{0.22} - 1 \right) = 55[\Omega] \quad (\text{C.116})$$

と求まります。実験 D.33 の結果より少し大きな値となりました。今回の実験では V_e, V_{0e} ともに電圧計の有効数字が 2 桁しかない小さな値であったことを考慮すれば妥当な結果です。

(演習 9.2.5 へもどる.)

C.45 演習 9.3.1 解答 $R-L-C$ 直列回路 (理想回路) のインダクタンス電圧の周波数特性

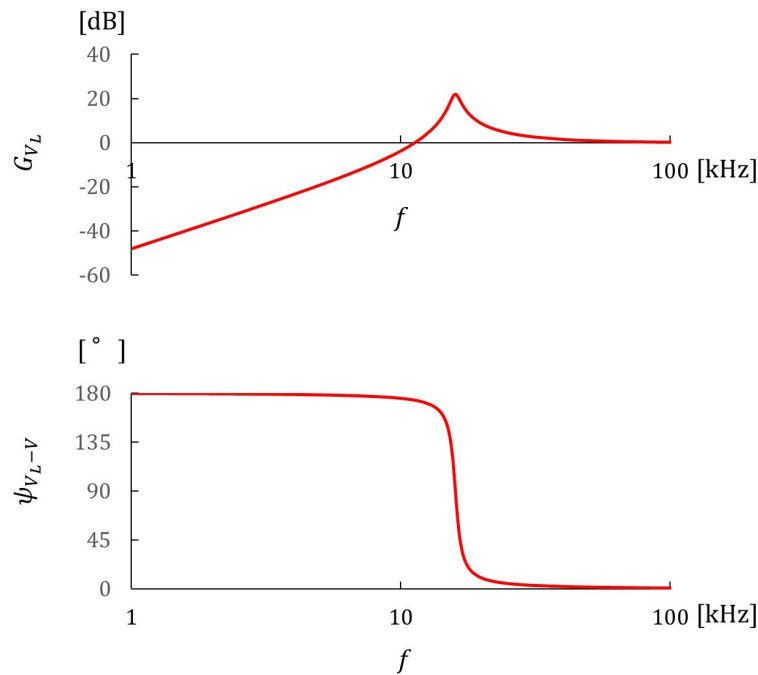


図 C.34: $R-L-C$ 直列回路 (理想回路) のインダクタンス電圧の周波数特性

図 C.34 は $R-L-C$ 直列回路 (理想回路) における、インダクタンス電圧の周波数特性の計算結果です。理論式の導出は以下のとおりです。図 9.14 の回路において、回路電流を I とすると、電源電圧 V 、インダクタンス電圧 V_L は (4.79) 式, (4.31) 式より,

$$\begin{aligned} V &= \left\{ R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right\} I \\ V_L &= j\omega L I \end{aligned} \quad (\text{C.117})$$

です。これより電圧比 G_{VL} は

$$G_{VL} = 20 \log_{10} \frac{V_{Le}}{V_e} = 20 \log_{10} \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \quad (\text{C.118})$$

となります。また、位相差 ψ_{V_L-V} は

$$\psi_{V_L-V} = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (\text{C.119})$$

と得られます。

(演習 9.3.1 へもどる,)

C.46 演習 9.5.1 解答 並列共振回路の Q 値

まず, (9.42) 式より,

$$I_{re} = \frac{V_e}{|Z_r|} = \frac{V_e}{R} \quad (\text{C.120})$$

です。図 9.22 と上式より

$$I_{1e} = I_{2e} = \sqrt{2} I_{re} = \frac{\sqrt{2} V_e}{R} \quad (\text{C.121})$$

と求まります。よって, I_{1e} , I_{2e} のときのインピーダンスを Z_1 , Z_2 , 角周波数を ω_1 , ω_2 とすると, (9.40) 式より

$$\frac{R}{\sqrt{2}} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{R})^2 + (\frac{1}{\omega_1 L} - \omega_1 C)^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{R})^2 + (\frac{1}{\omega_2 L} - \omega_2 C)^2}} \end{cases} \quad (\text{C.122})$$

となります。両辺を 2 乗して整理すると,

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{\omega_1 L} - \omega_1 C \\ \frac{1}{R} &= \omega_2 C - \frac{1}{\omega_2 L} \end{aligned} \quad (\text{C.123})$$

の関係が求まります。これらより,

$$\begin{aligned} LC\omega_1^2 + \frac{L}{R}\omega_1 - 1 &= 0 \\ LC\omega_2^2 - \frac{L}{R}\omega_2 - 1 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{C.124})$$

の 2 つの 2 次方程式が得られます。2 次方程式の解で, 実際の回路で存在するものは

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{-\frac{L}{R} + \sqrt{(\frac{L}{R})^2 + 4LC}}{2LC} \\ \omega_2 &= \frac{\frac{L}{R} + \sqrt{(\frac{L}{R})^2 + 4LC}}{2LC} \end{aligned} \quad (\text{C.125})$$

です。よって,

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{1}{RC} \quad (\text{C.126})$$

が得られます。また, (9.33) 式より共振角周波数 ω_r にて

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (\text{C.127})$$

の関係が成立しているので,

$$Q = \frac{\omega_r}{\omega_2 - \omega_1} = R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (\text{C.128})$$

と求まります. (C.127) を C について変形して上式に代入すれば,

$$Q = \frac{R}{\omega_r L} \quad (\text{C.129})$$

が得られ, (C.127) 式を L について変形して (C.128) 式に代入すれば

$$Q = \omega_r C R \quad (\text{C.130})$$

が得られます.

(演習 9.5.1 へもどる.)

C.47 演習 9.5.2 解答 Q とキャパシタンス電流／インダクタンス電流の関係

電源電圧を V とすると, (C.130) 式は

$$Q = \omega_r C R = \frac{\omega C V_e}{\frac{V_e}{R}} = \frac{I_{Cre}}{I_{re}} \quad (\text{C.131})$$

と変形できます. ただし, I_{Cre} , I_{re} はそれぞれ共振時のキャパシタンス電流の実効値, 電源電流の実効値です. Q 値は共振時にキャパシタンス電流が電源電流に対してどれだけ大きくなるかを表しています.

(C.129) 式は

$$Q = \frac{R}{\omega_r L} = \frac{\frac{1}{\omega L} V_e}{\frac{V_e}{R}} = \frac{I_{Lre}}{I_{re}} \quad (\text{C.132})$$

と変形できます. ただし, I_{Lre} は共振時のインダクタンス電流の実効値です. Q 値は共振時にインダクタンス電流が電源電流に対してどれだけ大きくなるかを表しています.

(演習 9.5.2 にもどる.)

C.48 演習 9.5.3 解答 $R - L - C$ 並列回路 (理想回路) の周波数特性

並列回路のインピーダンスを $Z_{R//L//C}$ とすると

$$Z_{R//L//C} = \frac{1}{\frac{1}{R} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)} \quad (\text{C.133})$$

です. 実験回路全体のインピーダンスを Z とすると

$$Z = R_d + Z_{R//L//C} = R_d + \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} + j \frac{\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \quad (\text{C.134})$$

となります。したがって、電源電流を I とすると、電圧比 G_{V_d} は

$$\begin{aligned} G_{V_d} &= 20 \log_{10} \frac{V_{de}}{V_e} = 20 \log_{10} \frac{R_d I_e}{|Z| I_e} \\ &= 20 \log_{10} \frac{R_d}{\sqrt{\left\{ R_d + \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{\frac{1}{\omega L} - \omega C}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \right\}^2}} \end{aligned} \quad (\text{C.135})$$

と求まります。

位相差 ψ_{V_d-V} は

$$\psi_{V_d-V} = -\tan^{-1} \frac{\frac{1}{\omega L} - \omega C}{R_d \left\{ \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2 \right\} + \frac{1}{R}} \quad (\text{C.136})$$

と求まります。

(演習 9.5.3 へもどる.)

C.49 演習 9.5.4 解答 $R-L-C$ 並列回路 (抵抗成分を含む等価回路) の周波数特性

コイルの巻き線抵抗 R_L およびコンデンサの抵抗成分 R_C を考慮した場合の並列回路のインピーダンスを $Z_{R//L//C+R_{L,C}}$ とすると

$$\begin{aligned} Z_{R//L//C+R_{L,C}} &= \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_L + j\omega L} + \frac{1}{R_C - j\frac{1}{\omega C}}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{R_L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_C}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} - j \left(\frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} - \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \right)} \\ &= \frac{1}{A - jB} \\ A &= \frac{1}{R} + \frac{R_L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_C}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ B &= \frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} - \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \end{aligned} \quad (\text{C.137})$$

です。式が長くなりすぎるので、 A , B の記号で置き換えます。実験回路全体のインピーダンスを Z とすると

$$Z = R_d + Z_{R//L//C+R_{L,C}} = R_d + \frac{A}{A^2 + B^2} + j \frac{B}{A^2 + B^2} \quad (\text{C.138})$$

となります。したがって、電源電流を I とすると、電圧比 G_{V_d} は

$$G_{V_d} = 20 \log_{10} \frac{R_d |I|}{|Z| |I|} = 20 \log_{10} \frac{R_d}{\sqrt{\left(R_d + \frac{A}{A^2 + B^2}\right)^2 + \left(\frac{B}{A^2 + B^2}\right)^2}} \quad (\text{C.139})$$

と求められます.

V_d の電源電圧 V に対する位相差を ψ_{V_d-V} とすると (C.138) 式より

$$\psi_{V_d-V} = \tan^{-1} \frac{B}{R_d(A^2 + B^2) + A} \quad (\text{C.140})$$

です.

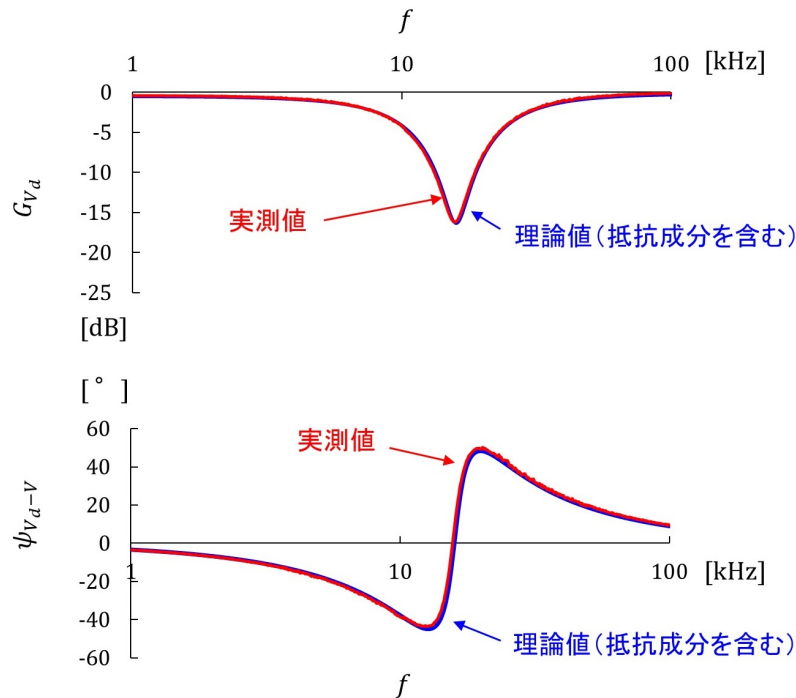


図 C.35: $R-L-C$ 並列の周波数特性 (実測値と理論値 (抵抗成分を含む等価回路))

図 C.35 は実験 9.5.1 の結果に (C.139) 式の電圧比 G_{V_d} と (C.140) 式の位相差 ψ_{V_d-V} を重ねて描いてあります. 赤線が実測値, 青線が理論値です. 抵抗成分を等価回路に含めたことで実測値と理論値は良く一致しました.

(演習 9.5.4 へもどる.)

C.50 演習 10.1.1 解答 相互インダクタンス誘起電圧の極性

図 C.36 は 2 つのコイルを密着させて作った相互インダクタンスの原理を示す図です. 右側コイルの誘起電圧 v_2 は図の向きを正としています. 同じコイルを 2 つ並べたので, 磁心へのコイルの巻き方は同じです. 左側コイルの電流 i_1 が作る磁力線は右側コイルを上から下へと, 左側コイルとは逆向きに, 貫きます. この磁束の増加を妨げる向きの誘起電圧 v_2 は負となります.

(演習 10.1.1 へもどる.)

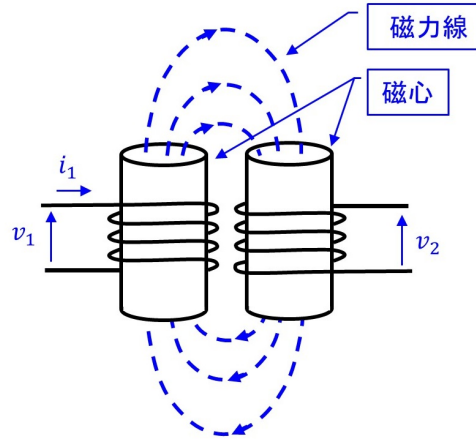


図 C.36: 2つのコイルを密着させて作った相互インダクタンスの原理

C.51 演習 10.1.2 解答 コイルの巻き線抵抗による位相差

電源電圧 V の角周波数を ω とします. 図 10.4 の回路において以下の式が成立します.

$$\begin{aligned} V_1 &= R_L I_1 + j\omega L I_1 \\ V_2 &= -j\omega M I_1 \\ V &= V_1 \end{aligned} \quad (\text{C.141})$$

V_2 の位相が反転しているのは実験 10.1.1 の結果を基にしています. 第 1, 3 式より,

$$I_1 = \frac{V}{R_L + j\omega L} \quad (\text{C.142})$$

となり, 第 2 式に入れると

$$V_2 = \frac{-j\omega M}{R_L + j\omega L} V \quad (\text{C.143})$$

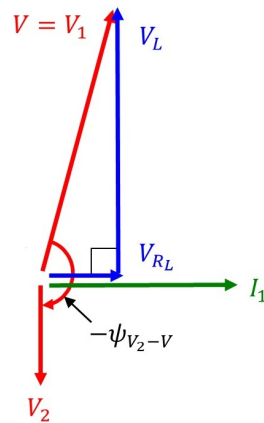
と求まります. V_2 の V に対する位相差を ψ_{V_2-V} とすると

$$\psi_{V_2-V} = -90^\circ - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R_L} \quad (\text{C.144})$$

です. $R_L = 0$ であれば, V_2 は V に対して 180° 位相が遅れます. 現実には $R_L > 0$ なので, $|\psi_{V_2-V}| < 180^\circ$ です.

図 C.37 は図 10.4 の回路のベクトル図です. ψ_{V_2-V} は反時計回りを正とするため, 負号を付けてあります. 電流 I_1 を基準にして, V_L が 90° 進み, V_2 が 90° 遅れます. V_1 は V_{RL} と V_L のベクトル和なので, $|V_{RL}| > 0$ である限り, $|\psi_{V_2-V}| < 180^\circ$ です.

(演習 10.1.2 へもどる.)

図 C.37: コイルの巻き線抵抗による V_2 と V の位相差のベクトル図C.52 演習 10.2.1 解答 負荷 Z を持つ変成器の電圧・電流

(10.10) 式より,

$$\begin{aligned} V_1 &= j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\ V_2 &= j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \end{aligned} \quad (\text{C.145})$$

です。また,

$$V_1 = V \quad (\text{C.146})$$

$$V_2 = -Z I_2 \quad (\text{C.147})$$

です。(C.146) 式と (C.147) 式を (C.145) 式へ代入すると

$$\begin{aligned} V &= j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\ 0 &= j\omega M I_1 + (Z + j\omega L_2) I_2 \end{aligned} \quad (\text{C.148})$$

となります。行列形式に表すと

$$\begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & Z + j\omega L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.149})$$

です。これより、電流 I_1, I_2 は

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & Z + j\omega L_2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.150})$$

により得られます。 I_2 は

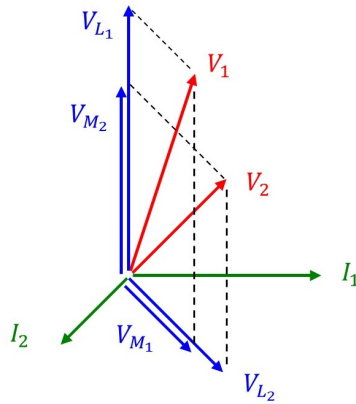
$$I_2 = \frac{-j\omega M}{j\omega L_1(Z + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} V \quad (\text{C.151})$$

と求まります。この式を (C.147) 式に代入して,

$$V_2 = \frac{-j\omega M Z}{-j\omega L_1(Z + j\omega L_2) - \omega^2 M^2} V = \frac{-j\omega M Z}{\omega^2(L_1 L_2 - M^2) - j\omega L_1 Z} V \quad (\text{C.152})$$

です。

(演習 10.2.1 へもどる.)

C.53 演習 10.2.2 解答 負荷 R を持つ変成器の電圧・電流ベクトル図図 C.38: 負荷 R を持つ変成器の電圧・電流ベクトル図

解答のベクトル図を図 C.38 に示します. 電流 I_1 を基準にします. (C.145) 式の第 2 式に (C.147) を代入して, I_2 について整理し, さらに $Z = R$ を代入して数値を入れると,

$$I_2 = \frac{-j\omega M}{R + j\omega L_2} I_1 = \frac{-j\frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + j} I_1 \quad (\text{C.153})$$

となります. これより, I_2 の大きさは

$$|I_2| = \frac{1}{2} |I_1| \quad (\text{C.154})$$

となり, I_2 の I_1 に対する位相差 $\psi_{I_2-I_1}$ は

$$\psi_{I_2-I_1} = -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} 1 = -\frac{3\pi}{4} \quad (\text{C.155})$$

です.

$V_{L1} (= j\omega L_1 I_1)$, $V_{M2} (= j\omega M I_1)$ は I_1 より $\pi/2$ 位相が進みます. また,

$$V_{M2} = \frac{j\omega M}{j\omega L_1} V_{L1} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{L1} \quad (\text{C.156})$$

です.

(C.154) 式より,

$$|V_{L2}| = \frac{1}{2} |V_{L1}| \quad (\text{C.157})$$

です.

$V_{L2} (= j\omega L_2 I_2)$, $V_{M1} (= j\omega M I_2)$ は I_2 より $\pi/2$ 位相が進みます. また,

$$V_{M1} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{L2} \quad (\text{C.158})$$

です.

V_2 は V_{M2} と V_{L2} のベクトル和です. V_2 の位相は I_2 と π ずれます. V_1 は V_{L1} と V_{M1} のベクトル和です.

(演習 10.2.2 へもどる.)

C.54 演習 10.2.3 解答 負荷 R を持つ変成器の電圧・電流（巻き線抵抗を考慮）

(10.10) 式に巻き線抵抗 R_L の項を付加すると

$$\begin{aligned} V &= R_L I_1 + j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\ V_2 &= j\omega M I_1 + R_L I_2 + j\omega L_2 I_2 \end{aligned} \quad (\text{C.159})$$

となります。また、

$$V_2 = -R I_2 \quad (\text{C.160})$$

です。(C.160) 式を (C.159) 式へ代入して、行列形式に表すと

$$\begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_L + j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & R + R_L + j\omega L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.161})$$

です。電流 I_1, I_2 は

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_L + j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & R + R_L + j\omega L_2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.162})$$

により得られます。これより、 I_2 は

$$I_2 = \frac{-j\omega M}{(R + R_L + j\omega L_2)(R_L + j\omega L_1) + \omega^2 M^2} V \quad (\text{C.163})$$

となり、これを (C.160) 式に代入することで

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{-j\omega M R}{-(R + R_L + j\omega L_2)(R_L + j\omega L_1) - \omega^2 M^2} V \\ &= \frac{-j\omega M R}{\omega^2 (L_1 L_2 - M^2) - R_L (R + R_L) - j\omega ((R + R_L)L_1 + R_L L_2)} V \end{aligned} \quad (\text{C.164})$$

と求められます。

$R_L = 60[\Omega]$, $L_1 = L_2 = 11 [\text{mH}]$, $M = 2.8 [\text{mH}]$, V の周波数 $f = 15.9 [\text{kHz}]$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{|V_2|}{|V|} &= \frac{V_{2e}}{V_e} = 0.17 \\ \psi_{V_2-V} &= -40.9[^\circ] \end{aligned} \quad (\text{C.165})$$

と計算されます。これに対して実験結果は

$$\begin{aligned} \frac{V_{2e}}{V_e} &= 0.17 \\ \psi_{V_2-V} &= -39.7[^\circ] \end{aligned} \quad (\text{C.166})$$

でした。巻き線抵抗 R_L を考慮することで、実験結果に近い値を得ることができました。

(演習 10.2.3 へもどる.)

C.55 演習 10.3.1 解答 結合係数

実験 10.1.1 で用いた簡易変成器の自己インダクタンス $L_1 = L_2 = 11$ [mH], 相互インダクタンス $M = 2.8$ [mH] でした. よって, 結合係数 k は

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{2.8}{11} = 0.25 \quad (\text{C.167})$$

です.

(演習 10.3.1 へもどる.)

C.56 演習 10.3.2 解答 $M < 0$ の場合の M と結合係数 k との関係

10.3 節の解説において変更点のみを記します. (10.14) 式において

$$v_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}. \quad (\text{C.168})$$

(10.17) 式において

$$v_2 = -N_2 N_1 \mathcal{P}_{21} \frac{di_1}{dt}. \quad (\text{C.169})$$

(10.19) 式において

$$M = -N_2 N_1 \mathcal{P}_{21}. \quad (\text{C.170})$$

(10.21) 式において

$$M = -N_2 N_1 \mathcal{P}_{12}. \quad (\text{C.171})$$

(10.25) 式において

$$M = -k\sqrt{L_1 L_2}. \quad (\text{C.172})$$

(演習 10.3.2 へもどる.)

C.57 演習 10.3.3 解答 負荷 R を持つ変成器の電圧・電流ベクトル図 (結合係数 $k=1$)

解答のベクトル図を図 C.39 に示します. 結合係数 $k = 1$ より, 相互インダクタンス M は

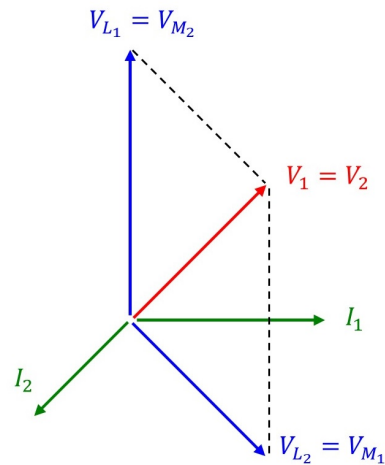
$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 10[\text{mH}] \quad (\text{C.173})$$

です. (C.145) 式の第 2 式に (C.147) と $Z = R$ を代入して, I_2 について整理すると

$$I_2 = \frac{-j\omega M}{R + j\omega L_2} I_1 = \frac{-j}{1 + j} I_1 \quad (\text{C.174})$$

となります. これより, I_2 の大きさは

$$|I_2| = \frac{1}{\sqrt{2}} |I_1| \quad (\text{C.175})$$

図 C.39: 負荷 R を持つ変成器の電圧・電流ベクトル図 (結合係数 $k=1$)

となります。また,

$$\begin{aligned} V_{L_1} &= V_{M_2} \\ V_{L_2} &= V_{M_1} \end{aligned} \quad (\text{C.176})$$

となり,

$$V_1 = V_2 \quad (\text{C.177})$$

となります。

(演習 10.3.3 へもどる.)

C.58 演習 11.4.1 解答 加算回路

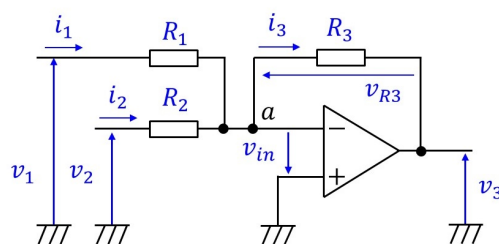


図 C.40: 加算回路

図 C.40 の加算回路において, バーチャルショート

$$v_{in} = 0 \quad (\text{C.178})$$

から解析を始めます. a 点はグラウンド電位です. 電流 i_1, i_2 は

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{v_1}{R_1} \\ i_2 &= \frac{v_2}{R_2} \end{aligned} \quad (\text{C.179})$$

です. これらの電流は抵抗 R_3 に流れ込むので,

$$i_3 = i_1 + i_2 \quad (\text{C.180})$$

となります. R_3 における電圧降下 v_{R_3} は

$$v_{R_3} = R_3 i_3 = R_3 (i_1 + i_2) = R_3 \left(\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} \right) = \frac{R_3}{R_1} (v_1 + v_2) \quad (\text{C.181})$$

と求められます. ただし, 最後の行では題意である $R_1 = R_2$ を利用しています. 回路の出力電圧 v_3 は

$$v_3 = -v_{R_3} = -\frac{R_3}{R_1} (v_1 + v_2) \quad (\text{C.182})$$

と得られました.

(演習 11.4.1 へもどる.)

C.59 演習 12.2.1 解答 相電圧と線間電圧の関係

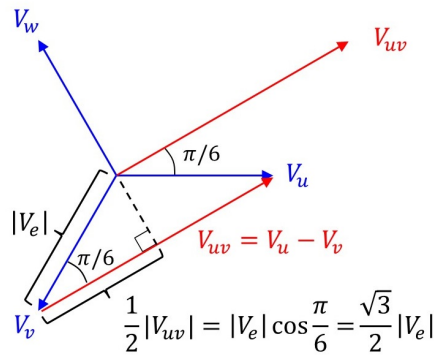


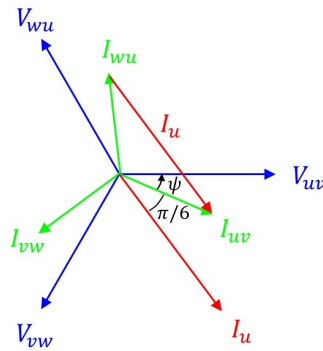
図 C.41: 相電圧 V_u, V_v と線間電圧 V_{uv} のベクトル図

図 C.41 は相電圧 V_u, V_v, V_w と線間電圧 V_{uv} のベクトル図です. V_{uv} は V_u と V_v の差により求められます. V_{uv} と V_u との位相差は $\pi/6$ です. また, V_{uv} の大きさは図中の直角三角形に注目すると,

$$\frac{1}{2}|V_{uv}| = |V_e| \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}|V_e| \quad (\text{C.183})$$

です.

(演習 12.2.1 へもどる.)

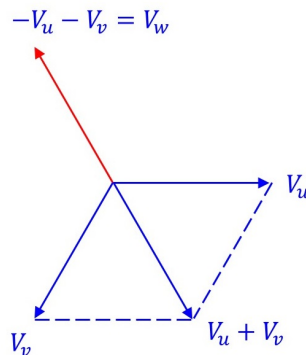
図 C.42: 相電流 I_{uv} , I_{wu} と線電流 I_u のベクトル図

C.60 演習 12.3.1 解答 相電流と線電流の関係

図 C.42 は線間電圧 V_{uv} , V_{vw} , V_{wu} , 相電流 I_{uv} , I_{vw} , I_{wu} と線電流 I_u のベクトル図です. 負荷インピーダンス Z により各相電流は線間電圧より ψ だけ位相が遅れるとしています. I_u は I_{uv} と I_{wu} の差により求められます. I_u と I_{uv} との位相差は $\pi/6$ です. また, $|I_u|$ は, 図 C.41 の V_{uv} の大きさと同様の計算により, $|I_{uv}|$ の $\sqrt{3}$ 倍です.

(演習 12.3.1 へもどる.)

C.61 演習 12.2.2 解答 v_u , v_v から v_w を作る方法

図 C.43: $V_u + V_v$ と V_w のベクトル図

(演習 12.2.2 へもどる.)

C.62 演習 12.3.2 解答 Δ 形結線でも 3 相回路のメリットが成立

2つの単相回路の電圧 V の実効値を V_e , 電流 I の実効値を I_e , 負荷インピーダンス Z の力率を $\cos \psi$ とすると, 負荷に供給する有効電力 $P_{2single}$ は

$$P_{2single} = 2V_e I_e \cos \psi \quad (\text{C.184})$$

です. 一方, 図 12.9(b) の 3 相回路が負荷に供給する有効電力 P_{3phase} は, 各相の電圧実効値を $V_{uve} = V_{vwe} = V_{wue} = V_{3e}$, 電流実効値をそれぞれ $I_{uve} = I_{vwe} = I_{wue} = I_{3e}$ とし, 負荷インピーダンス Z の力率を $\cos \psi$ とすると

$$P_{3phase} = V_{uve}I_{uve} \cos \psi + V_{vwe}I_{vwe} \cos \psi + V_{wue}I_{wue} \cos \psi = 3V_{3e}I_{3e} \cos \psi \quad (C.185)$$

です.

Δ 形結線の場合は, (12.18) 式より線電流の大きさが相電流のその $\sqrt{3}$ 倍です. したがって, 2 つの単相回路と Δ 形結線の 3 相回路で送電線の線間電圧と線電流を同じにするためには

$$\begin{aligned} V_{3e} &= V_e \\ I_{3e} &= \frac{I_e}{\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (C.186)$$

としなければなりません. よって, 3 相回路が負荷に供給する電力は

$$P_{3phase} = 3V_e \frac{I_e}{\sqrt{3}} \cos \psi = \sqrt{3}V_e I_e \cos \psi \quad (C.187)$$

と表せます. 2 つの単相回路の場合は合計で 4 本の導線で送電線を構築することになり, 一方, 3 相回路は 3 本の導線でよいので, 送電線の導線 1 本あたりの供給電力は

$$\begin{aligned} \frac{P_{2single}}{4} &= \frac{1}{2}V_e I_e \cos \psi \\ \frac{P_{3phase}}{3} &= \frac{1}{\sqrt{3}}V_e I_e \cos \psi \end{aligned} \quad (C.188)$$

と求まります. 送電線の線間電圧, 線電流が同じでありながら, 3 相回路の方が $2/\sqrt{3}$ 倍大きな電力を負荷に供給できます.

(演習 12.3.2 へもどる.)

C.63 演習 13.5.1 解答 矩形波のフーリエ級数

図 13.33 の波形は奇関数で正負対称関数なので,

$$\begin{aligned} a_n &= 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \\ b_n &= 0 \quad (n = 2, 4, \dots) \end{aligned} \quad (C.189)$$

です.

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \left\{ \int_{-\frac{T}{2}}^0 (-V_m) \sin n\omega t dt + \int_0^{\frac{T}{2}} V_m \sin n\omega t dt \right\} \\ &= \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} V_m \sin n\omega t dt = \frac{4V_m}{T} \left[\frac{-\cos n\omega t}{n\omega} \right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{4V_m}{\omega T} \frac{1 - \cos \frac{n\omega T}{2}}{n} \end{aligned} \quad (C.190)$$

$\omega T = 2\pi$ より,

$$b_n = \frac{2V_m}{\pi} \frac{1 - \cos n\pi}{n} \quad (C.191)$$

と求まります. したがって

$$f(t) = \frac{4V_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right) \quad (C.192)$$

です.

(演習 13.5.1 へもどる.)

C.64 演習 13.5.2 解答 矩形波（偶関数）のフーリエ級数

図 13.34 の波形は偶関数で正負対称関数なので,

$$\begin{aligned} a_n &= 0 \quad (n = 0, 2, \dots) \\ b_n &= 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (\text{C.193})$$

です.

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \left\{ \int_{-\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{4}} -V_m \cos n\omega t dt + \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} V_m \cos n\omega t dt + \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} -V_m \cos n\omega t dt \right\} \\ &= \frac{2}{T} \left\{ \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} V_m \cos n\omega t dt - 2 \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} V_m \cos n\omega t dt \right\} = \frac{2V_m}{T} \left\{ \left[\frac{\sin n\omega t}{n\omega} \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} - 2 \left[\frac{\sin n\omega t}{n\omega} \right]_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \right\} \\ &= \frac{2V_m}{\omega T} \left\{ 2 \frac{\sin \frac{n\omega T}{4}}{n} - 2 \frac{\sin \frac{n\omega T}{2} - \sin \frac{n\omega T}{4}}{n} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.194})$$

$\omega T = 2\pi$ より,

$$a_n = \frac{4V_m}{\pi} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} \quad (\text{C.195})$$

と求まります. したがって,

$$f(t) = \frac{4V_m}{\pi} \left(\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t + \dots \right) \quad (\text{C.196})$$

です.

(演習 13.5.2 へもどる.)

C.65 演習 13.5.3 解答 三角波（奇関数）のフーリエ級数

図 13.35 の波形は奇関数で正負対称関数なので,

$$\begin{aligned} a_n &= 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \\ b_n &= 0 \quad (n = 2, 4, \dots) \end{aligned} \quad (\text{C.197})$$

です.

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{4}} V_m \left(-2 - 4\frac{t}{T} \right) \sin n\omega t dt + \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} V_m \frac{4t}{T} \sin n\omega t dt + \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} V_m \left(2 - 4\frac{t}{T} \right) \sin n\omega t dt \quad (\text{C.198})$$

右辺第 1 項に $t = -s$ の変数変換を適用すると右辺第 3 項に等しくなります。

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{8}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} V_m \frac{t}{T} \sin n\omega t dt + \frac{4}{T} \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} V_m \left(2 - 4\frac{t}{T}\right) \sin n\omega t dt \\
 &= \frac{8V_m}{T} \left\{ \left[-\frac{t \cos n\omega t}{n\omega T} \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} + \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} \frac{\cos n\omega t}{n\omega T} dt \right\} + \frac{8V_m}{T} \left\{ \left[-\left(1 - 2\frac{t}{T}\right) \frac{\cos n\omega t}{n\omega} \right]_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} - \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \frac{2 \cos n\omega t}{n\omega T} dt \right\} \\
 &= \frac{8V_m}{T} \left\{ -\frac{\cos \frac{n\omega T}{4}}{2n\omega} + \left[\frac{\sin n\omega t}{(n\omega)^2 T} \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} + \frac{\cos \frac{n\omega T}{4}}{2n\omega} - \left[\frac{2 \sin n\omega t}{(n\omega)^2 T} \right]_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \right\} \\
 &= \frac{8V_m}{(\omega T)^2} \left(\frac{2 \sin \frac{n\omega T}{4}}{n^2} - \frac{2 \sin \frac{n\omega T}{2}}{n^2} + \frac{2 \sin \frac{n\omega T}{4}}{n^2} \right) \tag{C.199}
 \end{aligned}$$

$\omega T = 2\pi$ より,

$$b_n = \frac{8V_m}{(2\pi)^2} \left(\frac{4 \sin \frac{n\pi}{2}}{n^2} - \frac{2 \sin n\pi}{n^2} \right) = \frac{8V_m}{\pi^2} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n^2} \tag{C.200}$$

と求まります。したがって,

$$f(t) = \frac{8V_m}{\pi^2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t + \cdots \right) \tag{C.201}$$

です。

(演習 13.5.3 へもどる.)

C.66 演習 13.5.4 解答 三角波 (偶関数) のフーリエ級数

図 13.36 の波形は偶関数で正負対称関数なので,

$$\begin{aligned}
 a_n &= 0 \quad (n = 0, 2, \dots) \\
 b_n &= 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)
 \end{aligned} \tag{C.202}$$

です。

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{2}{T} \left\{ \int_{-\frac{T}{2}}^0 V_m \left(1 + 4\frac{t}{T}\right) \cos n\omega t dt + \int_0^{\frac{T}{2}} V_m \left(1 - 4\frac{t}{T}\right) \cos n\omega t dt \right\} \\
 &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} V_m \cos n\omega t + \frac{16V_m}{T^2} \int_0^{\frac{T}{2}} -t \cos n\omega t dt = 0 + \frac{16V_m}{T^2} \left\{ \left[-\frac{t \sin n\omega t}{n\omega} \right]_0^{\frac{T}{2}} + \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\sin n\omega t}{n\omega} dt \right\} \\
 &= 0 + \frac{16V_m}{T^2} \left[-\frac{\cos n\omega t}{n^2 \omega^2} \right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{8V_m}{\pi^2} \frac{1}{n^2} \quad n = 1, 3, 5, \dots \tag{C.203}
 \end{aligned}$$

と求まります。したがって,

$$f(t) = \frac{8V_m}{\pi^2} \left(\cos \omega t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega t + \cdots \right) \tag{C.204}$$

です。

(演習 13.5.4 へもどる.)

C.67 演習 13.5.5 解答 のこぎり波のフーリエ級数

図 13.37 の波形は奇関数なので、

$$a_n = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (\text{C.205})$$

です。

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} V_m \frac{2t}{T} \sin n\omega t dt = \frac{4V_m}{T^2} \left\{ \left[-\frac{t \cos n\omega t}{n\omega} \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} + \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{\cos n\omega t}{n\omega} dt \right\} \\ &= \frac{4V_m}{T^2} \left\{ -\frac{T \cos \frac{n\omega T}{2}}{n\omega} + \left[\frac{\sin n\omega t}{(n\omega)^2} \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \right\} = \frac{2V_m}{\pi} \left(-\frac{\cos n\pi}{n} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.206})$$

と求まります。したがって、

$$f(t) = \frac{2V_m}{\pi} \left(\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t - \dots \right) \quad (\text{C.207})$$

です。

(演習 13.5.5 へもどる.)

C.68 演習 14.1.1 解答 $R-C$ 回路による 1 次ハイパスフィルタの理論

図 D.121 において、抵抗電圧 V_R は

$$V_R = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} V = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} V \quad (\text{C.208})$$

です。これより、電圧比 V_{Re}/V_e は

$$\frac{V_{Re}}{V_e} = \frac{\omega CR}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} \quad (\text{C.209})$$

と求まります。デシベル値に換算すると

$$20 \log_{10} \frac{V_{Re}}{V_e} = 20 \log_{10} \frac{\omega CR}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} \quad (\text{C.210})$$

です。カットオフ周波数 $f_c = 1/2\pi CR$ を代入すると

$$20 \log_{10} \frac{V_{Re}}{V_e} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{2}} \approx -3[\text{dB}] \quad (\text{C.211})$$

となります。

(C.208) 式より、抵抗電圧 V_R の電源電圧 V に対する位相差 ψ_{V_R-V} は

$$\psi_{V_R-V} = 90 - \tan^{-1} \omega CR \quad (\text{C.212})$$

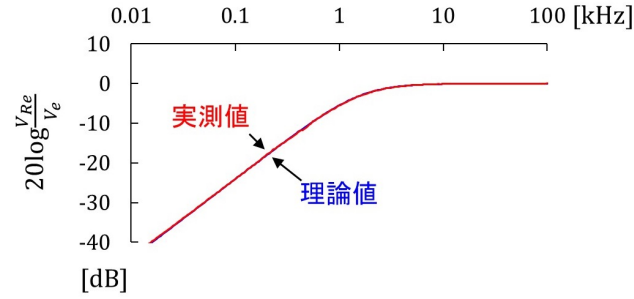
です。カットオフ周波数 f_c を代入すると

$$\psi_{V_R-V} = 90 - \tan^{-1} 1 = 45[^\circ] \quad (\text{C.213})$$

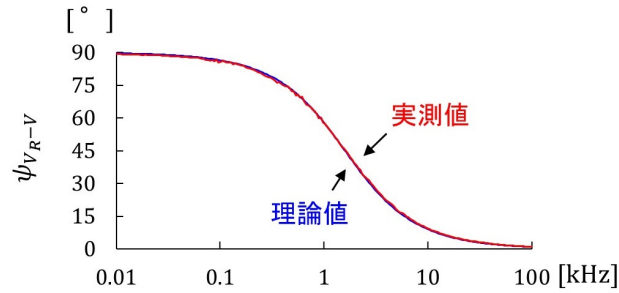
と得られます。

図 C.44 は図 D.122 の実測値と (C.210) 式と (C.212) 式の理論値と比較して示します。実測値は理論値とよく一致しました。

(演習 14.1.1 へもどる.)



(a) 振幅特性



(b) 位相特性

図 C.44: $R-C$ 回路による 1 次ハイパスフィルタの周波数特性 (実測値との比較)

C.69 演習 14.2.1 解答 電圧比 = -3 [dB] とするカットオフ周波数

(14.17) 式において, 電圧比 = -3 [dB] とするカットオフ角周波数を ω_c とし, $(\omega_c/\omega_{CR})^2 = x$ とおきます.

$$20 \log_{10} \frac{V_{C2e}}{V_e} = -3[\text{dB}] \quad (\text{C.214})$$

のとき,

$$\frac{V_{C2e}}{V_e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.215})$$

なので, x は

$$(1-x)^2 + 9x = 2 \quad (\text{C.216})$$

を満たします. この方程式の解は

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49+4}}{2} = 0.14 \quad (\text{C.217})$$

です. カットオフ角周波数は

$$\omega_c = \sqrt{0.14} \omega_{CR} = 0.374 \omega_{CR} \quad (\text{C.218})$$

であり, カットオフ周波数 f_c は

$$f_c = \frac{0.374}{2 \times \pi \times 0.01 \times 10^{-6} \times 10^4} = 596[\text{Hz}] \quad (\text{C.219})$$

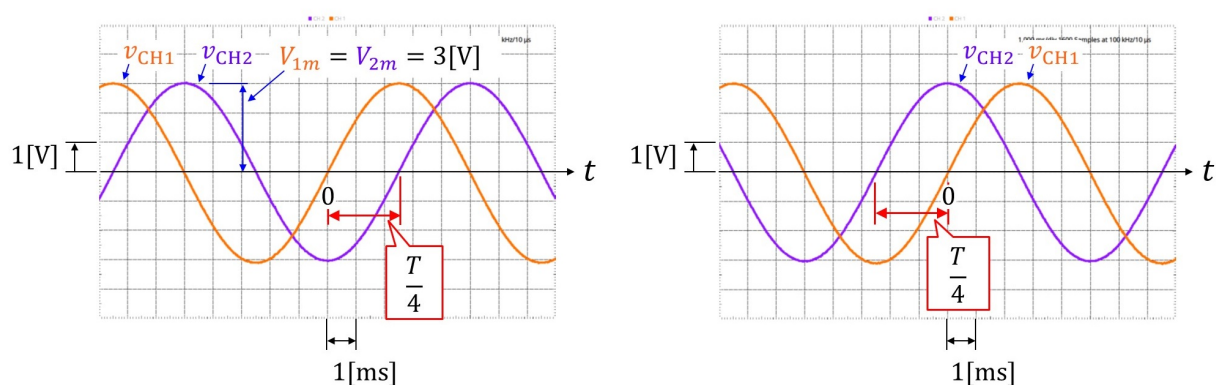
と得られます. 実験 14.2.1 の図 D.125 から, 計測結果の $f_c = 6.0 \times 10^2$ [Hz] でした.

(演習 14.2.1 へもどる.)

付 録 D 実験課題解答

D.1 実験課題 2.5.1 解答

D.1.1 位相差 $\pi/2$ の波形発生実験結果



(a) v_{CH2} が v_{CH1} に対して $\pi/2$ 遅れている場合

(b) v_{CH2} が v_{CH1} に対して $\pi/2$ 進んでいる場合

図 D.1: 位相差 $\pi/2$ の波形発生実験結果

先に実験結果を示して、次項以降で実験回路の配線および Scopy の設定を示します。図 D.1 は位相差 $\pi/2$ の波形発生実験の結果です。同図 (a) は v_{CH2} が v_{CH1} に対して $\pi/2$ 遅れている場合、(b) は v_{CH2} が v_{CH1} に対して $\pi/2$ 進んでいる場合です。オシロスコープ画面の横軸は時間なので、時間差は 1 周期 T の $1/4$ です。横軸の中央を $t = 0$ の時点とし、 v_{CH1} の位相を基準にすると、(a) において

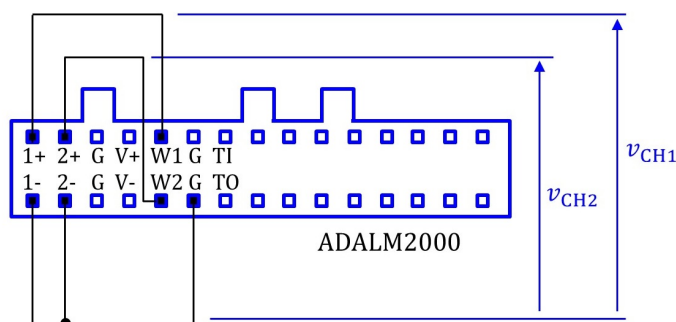
$$\begin{aligned} v_{CH1} &= V_{1m} \sin(\omega t) \\ v_{CH2} &= V_{2m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (D.1)$$

です。また、(b) では

$$\begin{aligned} v_{CH1} &= V_{1m} \sin(\omega t) \\ v_{CH2} &= V_{2m} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (D.2)$$

の波形が観測されています。

(実験 2.5.1 へもどる.)

図 D.2: 位相差 $\pi/2$ の波形発生実験回路の配線図

D.1.2 位相差 $\pi/2$ の波形発生実験回路の配線

図 D.2 は位相差 $\pi/2$ の波形発生実験回路の配線図です。W1 ピンと G ピン間に CH1 の電圧 v_{CH1} が出力され、W2 ピンと G ピン間に CH2 の電圧 v_{CH2} が出力されます。W1 ピンをアナログ入力 1+ ピンとつなぎ、W2 ピンを 2+ ピンとつないでいます。1- ピンと 2- ピンは G ピンにつなぎます。これにより、オシロスコープの CH1 で v_{CH1} を観測し、CH2 で v_{CH2} を観測します。

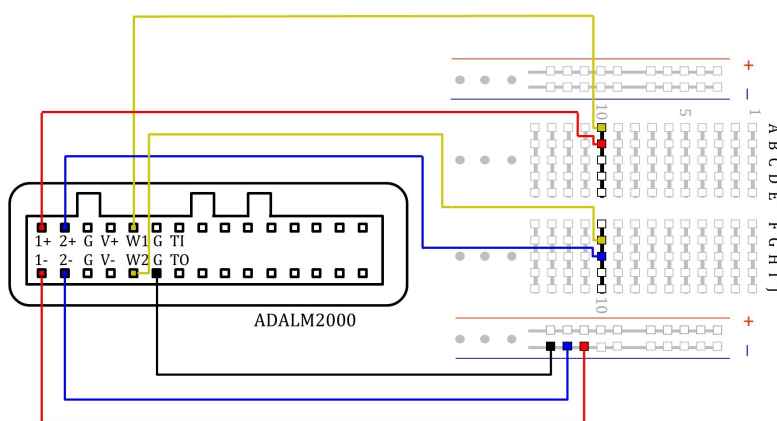
図 D.3: 位相差 $\pi/2$ の波形発生実験回路の立体配線図

図 D.3 は位相差 $\pi/2$ の波形発生実験回路の立体配線図です。オス-メス・ジャンパーワイヤを使った場合の配線例です。ブレッドボードを介して接続しています。ADALM2000 側がメス端子、ブレッドボード側がオス端子です。ADALM2000 を購入するとメス-メス・ジャンパーワイヤが同梱されています。この備付けのメス-メス・ジャンパーワイヤを使う場合は、さらにオス-オス・ジャンパーワイヤを使って、ブレッドボードを介さずに直接配線することもできます。

D.1.3 Scopy の設定

関数発生器の設定

図 D.4 は位相差 $\pi/2$ の波形発生実験における関数発生器 (Signal Generator) の CH2 の設定画面です。 v_{CH1} を出力する CH1 の設定は 2.4.4 項と同じです。CH2 が v_{CH2} 出力用です。CH2 の設定は以下の通り

図 D.4: 位相差 $\pi/2$ の波形発生実験における関数発生器の設定

です.

1. CH2 をオン
2. CH2 設定画面表示
3. 位相 (Phase) を $1.5 \pi \text{ rad}$ に設定

単位の文字を左クリックするとプルダウンメニューが開かれます. 位相の単位には deg, $\pi \text{ rad}$, ns, μs , ms, s が用意されています. $\pi \text{ rad}$ を選びます. Phase は 0 以上の値しか設定できません. そこで, $-0.5 \pi \text{ rad}$ とする代わりに $2\pi - 0.5\pi = 1.5\pi \text{ rad}$ と設定します.

4. 上記以外の設定は 2.4.4 項と同じです.

オシロスコープの設定

オシロスコープの設定は 2.4.5 項の設定と同じです.

(実験 2.5.1 へもどる.)

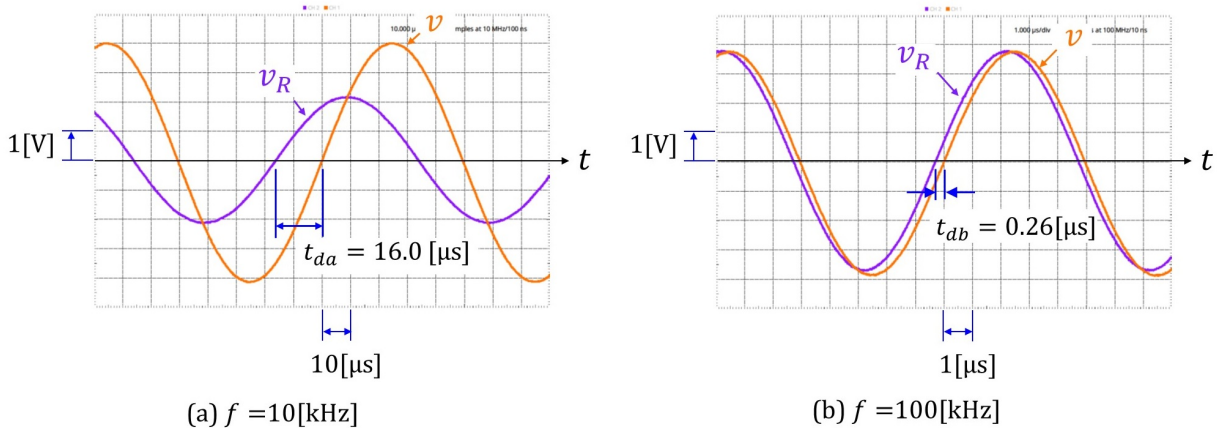
D.2 実験課題 2.5.2 解答

D.2.1 $R - C$ 直列回路の位相差測定結果

先に測定結果を説明して, その後に回路配線, 関数発生器 (Signal Generator) とオシロスコープ (Oscilloscope) の設定を説明します.

図 D.5 が時間差測定結果です. 交流電源電圧 $V_{p-p} = 8 \text{ [V]}$ としました. 同図 (a) は交流電源周波数 $f = 10 \text{ [kHz]}$ の場合, (b) は $f = 100 \text{ [kHz]}$ の場合です. 橙色が電源電圧 v , 紫色が抵抗電圧 v_R です. 縦軸はいずれも 1 [V/Div] , 横軸は (a) が $10 \text{ [}\mu\text{s/Div]}$, (b) が $1 \text{ [}\mu\text{s/Div]}$ です. 電源電圧の周期をそれぞれ T_a, T_b とすると

$$\begin{aligned} T_a &= 100[\mu\text{s}] \\ T_b &= 10[\mu\text{s}] \end{aligned} \tag{D.3}$$

図 D.5: $R - C$ 直列回路の位相差測定実験結果

です。関数発生器 (Signal Generator) の出力電圧の周波数はほぼ設定通りになります。

図 D.5(a), (b) において、電圧 v_R および電圧 v それぞれが負から正へと切り替わる時間の差を t_{da} , t_{db} とすると、 $t_{da} = 16.0 [\mu\text{s}]$ (有効数字 3 桁)、 $t_{db} = 0.26 [\mu\text{s}]$ (有効数字 2 桁) でした。有効数字の説明は (D.9) 式を参照してください。したがって、 v_R の v に対する位相差をそれぞれ θ_{da} , θ_{db} とすると、度数法の場合

$$\begin{aligned}\theta_{da} &= \frac{t_{da}}{T_a} \times 360 = \frac{16.0[\mu\text{s}]}{100[\mu\text{s}]} \times 360 = 57.6 [^\circ] \\ \theta_{db} &= \frac{t_{db}}{T_b} \times 360 = \frac{0.26[\mu\text{s}]}{10[\mu\text{s}]} \times 360 = 9.4 [^\circ]\end{aligned}\quad (\text{D.4})$$

でした。弧度法では

$$\begin{aligned}\theta_{da} &= 0.320\pi \\ \theta_{db} &= 0.052\pi\end{aligned}\quad (\text{D.5})$$

と得られました。なお、これらの値は筆者の実験結果でした。読者の実験結果は筆者の結果とは少しずれることでしょう。

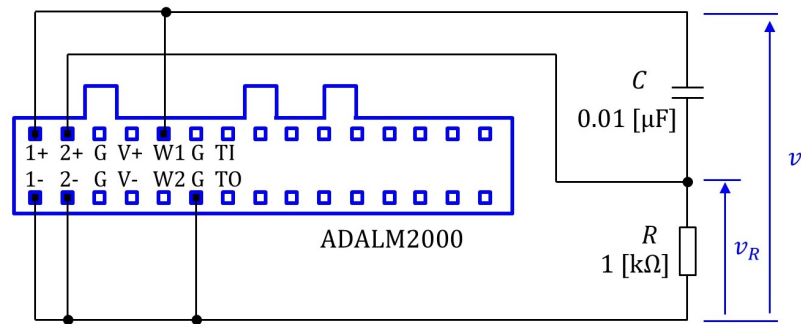
$$\begin{aligned}\theta_{da} &= 54 \sim 62 [^\circ] \\ \theta_{db} &= 7 \sim 11 [^\circ]\end{aligned}\quad (\text{D.6})$$

の範囲にあれば正解です。

この位相差測定実験では、読者にまずは ADALM2000 や抵抗、コンデンサなどに触れてもらうことを主な目的としています。この実験で以下の結果が得られたことを確認してください。

- $R - C$ 直列回路では、 v_R は v より位相が進む。
- 位相差は周波数 f が小さい方が大きい。

(実験 2.5.2 へもどる.)

図 D.6: 位相差測定実験用 $R - C$ 直列回路の配線図

D.2.2 位相差測定実験用 $R - C$ 直列回路の配線

図 D.6 は位相差測定実験用 $R - C$ 直列回路の配線図です。W1 ピンと G ピンが交流電源（電圧 v ）です。1+, 1-, 2+, 2- ピンがオシロスコープの入力用ピンです。1+ ピンと G ピンが電源電圧 v の観測用です。2+ ピンと G ピンが抵抗電圧 v_R の観測用です。1- と 2- ピンはこの実験では使用しないため G ピンにつないで短絡しておきます。これらのピンをつながないままにしておくと、 v , v_R の観測値にノイズが乗ってしまいます。

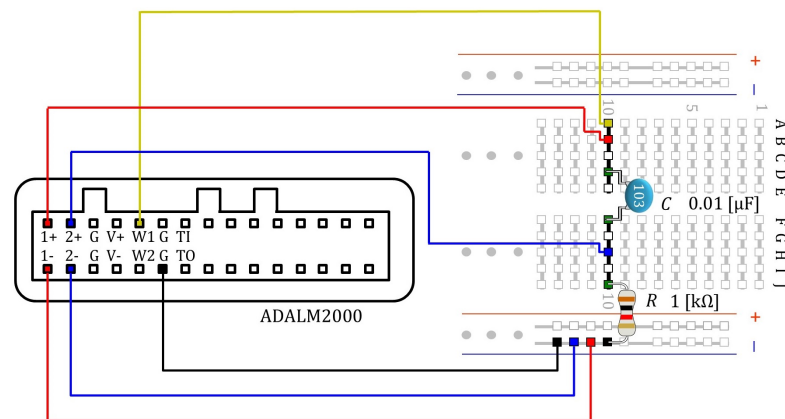
図 D.7: 位相差測定実験用 $R - C$ 直列回路の立体配線図

図 D.7 は位相差測定実験用 $R - C$ 直列回路の立体配線図です。図 1.6 のブレッドボードの一部を抜粋してあります。抵抗 R のカラーコードは茶 (1), 黒 (0), 赤 (2), 金 (± 5) です。単位は Ω です。

$$R = 10 \times 10^2 \pm 5\% = 1000 \pm 5\%[\Omega] = 1 \pm 5\%[\text{k}\Omega] \quad (\text{D.7})$$

です。カラーコードの読み方の詳細は図 1.3 を参照してください。

キャパシタンス C は 103 と印字されたものを使います。単位は pF です。

$$C = 10 \times 10^3[\text{pF}] = 0.01[\mu\text{F}] \quad (\text{D.8})$$

です。ADALM2000 の各ピンとブレッドボードの間はジャンパーワイヤで配線します。

図 D.8 は配線例の写真です。1+, 2+, W1 の各ピンからのジャンパーワイヤはそれぞれ 2 本のジャンパ線をつないで使っています。

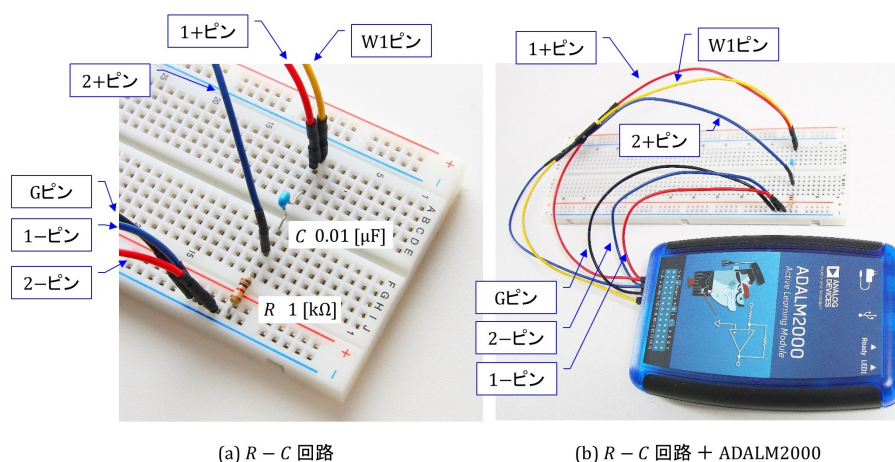


図 D.8: 位相差測定実験用 $R - C$ 直列回路の配線写真

D.2.3 Scopy の設定

関数発生器 (Signal Generator) の設定

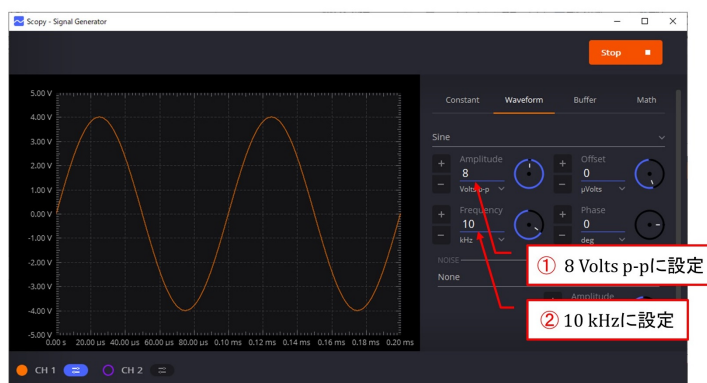


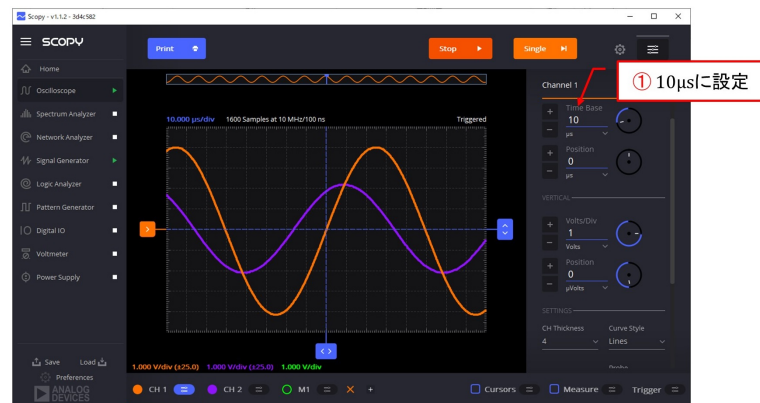
図 D.9: $R - C$ 直列回路の位相差測定実験における関数発生器の設定

図 D.9 は $R - C$ 直列回路の位相差測定実験における関数発生器 (Signal Generator) の画面です。設定手順は、以下のピーク - ピーク間電圧 (Amplitude) と周波数 (Frequency) を除いて、2.4.4 項と同じです。

1. ピーク - ピーク間電圧 (Amplitude) を 8 Volts p-p に設定
2. 周波数 (Frequency) を 10 kHz に設定

オシロスコープ (Oscilloscope) の設定

図 D.10 は $R - C$ 直列回路の位相差測定実験におけるオシロスコープ (Oscilloscope) の設定画面のスナップショットです。オシロスコープの設定は、以下の s/Div (Time Base) を除き 2.4.5 項と同じです。

図 D.10: $R - C$ 直列回路の位相差測定実験におけるオシロスコップの設定

1. 横軸 (HORIZONTAL) の s/Div (Time Base) を $10 \mu\text{s}$ に設定

以上により, 図 D.5(a) の波形が得られます.



図 D.11: 位相差測定のためにカーソルを利用

位相差の測定精度を上げるために図 D.10 の波形の縦軸・横軸を拡大します. そして, カーソルを利用します. 図 D.11 にその手順を示します.

2. 時間軸を拡大

図は時間軸を $2[\mu\text{s}/\text{Div}]$ に拡大した例です.

3. 電圧軸を拡大

図は電圧軸を $1[\text{mV}/\text{div}]$ に拡大した例です.

4. トリガ時点を画面右側に移動

設定 5 にてトリガ信号源を Channel 1 とし, 設定 7 にてトリガ条件を Rising Edge とし, 設定 8 にてトリガ水準を $0[\text{V}]$ としました. これらの設定により電圧 v のゼロクロス点 ($0[\text{V}]$ ラインを下から

上へと横切る点) がトリガ時点です。このトリガ時点の移動は波形画面下の青色ボタンをマウスの左ボタンでつまむことでできます。

5. Cursors をオン

Cursors 左側のボタンによりオン／オフを切り替えられます。

6. カーソルを v_R のゼロクロス点に移動

画面上に現れた灰色のボタンをつまんで、 v_R のゼロクロス点に移動させます。横軸用のカーソルは 2 個あります。どちらを使用してもよいです。

トリガ時点からカーソルまでの時間がオシロスコープ画面の左上隅に表示されます。時間差 t_{da} は

$$t_{da} = 16.000 = 16.0 \text{ } [\mu\text{s}] \quad (\text{D.9})$$

と得られました。カーソルのわずかな移動により $0.1 \text{ } [\mu\text{s}]$ の桁の数値が変化することから、この桁以下の信頼度は低いです。そこで、信頼度が低くなり始める桁の 1 つ下の桁 ($0.01 \text{ } [\mu\text{s}]$ の桁) を四捨五入します。これにより有効数字は 3 桁となります。なお、図 D.11 の時間差には -16.000 と負号がついています。これはカーソル位置がトリガ時点よりも時間軸の - 側にあることを表しています。位相差はどちらの電圧を基準にするかで正負が変わります。紛らわしいので、本稿では時間差の符号は利用しないことにします。

周波数 $f = 100 \text{ } [\text{kHz}]$ の場合には、時間差 $t_{db} = 263 \text{ } [\text{ns}]$ と得られました。この場合はカーソルのわずかな移動により $10 \text{ } [\text{ns}]$ の桁の数値が変化します。そこでその 1 つ下の $1 \text{ } [\text{ns}]$ の桁を四捨五入します。

$$t_{db} = 263 = 26 \text{ } [\text{ns}] = 0.26 \text{ } [\mu\text{s}] \quad (\text{D.10})$$

です。有効数字は 2 桁です。

時間差の測定時にはソフトウェア AC 結合 (Software AC Coupling) (付録 9 参照) を on とすることが効果的な場合があります。理由を付録 B.4.5 に補記してあります。参考にしてください。

(実験 2.5.2 へもどる。)

D.3 実験課題 2.5.3 解答

D.3.1 $R - L$ 直列回路の位相差測定結果

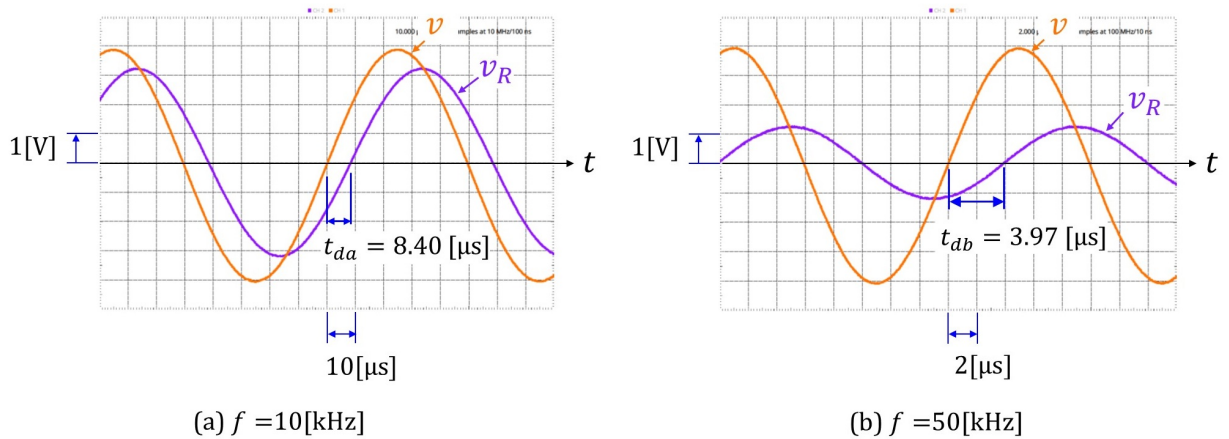
先に測定結果を説明して、その後に回路配線について説明します。

図 D.12 が時間差測定実験の結果です。交流電源電圧 $V_{p-p} = 8 \text{ } [\text{V}]$ としました。同図 (a) は交流電源周波数 $f = 10 \text{ } [\text{kHz}]$ の場合、(b) は $f = 50 \text{ } [\text{kHz}]$ の場合です。橙色が電源電圧 v 、紫色が抵抗電圧 v_R です。縦軸はいずれも $1 \text{ } [\text{V}/\text{Div}]$ 、横軸は (a) が $10 \text{ } [\mu\text{s}/\text{Div}]$ 、(b) が $2 \text{ } [\mu\text{s}/\text{Div}]$ です。電源電圧の周期をそれぞれ T_a 、 T_b とすると

$$\begin{aligned} T_a &= 100 \text{ } [\mu\text{s}] \\ T_b &= 20 \text{ } [\mu\text{s}] \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

です。

図 D.12(a), (b) において電圧 v_R と電圧 v それぞれが負から正へと切り替わる時間の差を t_{da} 、 t_{db} とすると、 $t_{da} = 8.40 \text{ } [\mu\text{s}]$ 、 $t_{db} = 3.97 \text{ } [\mu\text{s}]$ でした。したがって、 v_R の v に対する位相差を θ_{da} 、 θ_{db} とすると、

図 D.12: $R-L$ 直列回路の位相差測定実験結果

度数法の場合

$$\begin{aligned}
 \theta_{da} &= -\frac{t_{da}}{T_a} \times 360^\circ = -\frac{8.40[\mu\text{s}]}{100[\mu\text{s}]} \times 360^\circ = -30.2^\circ \\
 \theta_{db} &= -\frac{t_{db}}{T_b} \times 360^\circ = -\frac{3.97[\mu\text{s}]}{20[\mu\text{s}]} \times 360^\circ = -71.5^\circ
 \end{aligned} \tag{D.12}$$

でした。弧度法では

$$\begin{aligned}
 \theta_{da} &= -0.168\pi \\
 \theta_{db} &= -0.397\pi
 \end{aligned} \tag{D.13}$$

と得られました。なお、(D.9) 式の説明において述べたように、時間差には符号を付けないこととします。位相差は (2.16) 式以降で定義したように、基準とする電圧により正負が決まります。ここでは v_R は v に対して遅れているため、位相差に負号をつけてあります。

この位相差測定実験では以下の結果が得られました。

- $R-L$ 直列回路では、 v_R は v より位相が遅れる。
- 位相差の絶対値は周波数 f が大きい方が大きい。

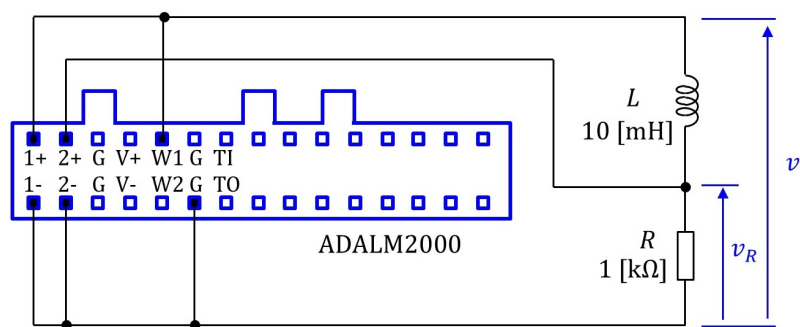
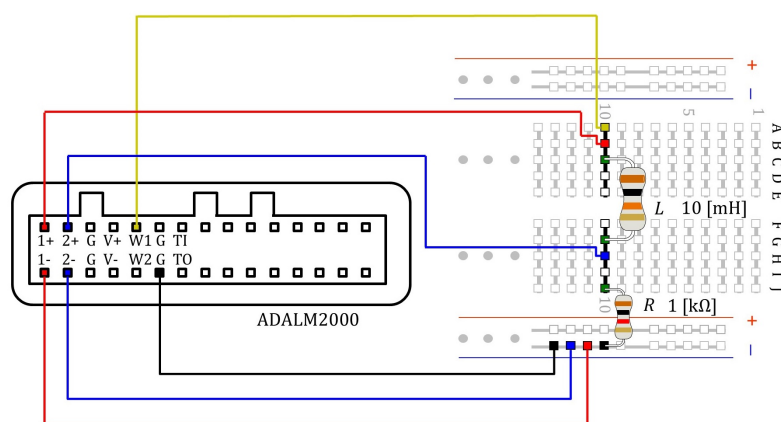
(実験 2.5.3 へもどる。)

D.3.2 位相差測定実験用 $R-L$ 直列回路の配線

図 D.13 は位相差測定実験用 $R-L$ 直列回路の配線図です。W1 ピンと G ピンが交流電源（電圧 v ）です。1+, 1-, 2+, 2- ピンがオシロスコープの入力用ピンです。1+ ピンと G ピンが電源電圧 v の観測用です。2+ ピンと G ピンが抵抗電圧 v_R の観測用です。1- ピンと 2- ピンはこの実験では使いません。これらのピンはノイズを拾わないように G ピンにつないでおきます。

図 D.14 は位相差測定実験用 $R-L$ 直列回路の立体配線図です。インダクタンス L のカラーコードは抵抗と同じです。単位は μH です。

$$L = 10 \times 10^3[\mu\text{H}] = 10[\text{mH}] \tag{D.14}$$

図 D.13: 位相差測定実験用 $R-L$ 直列回路の配線図図 D.14: 位相差測定実験用 $R-L$ 直列回路の立体配線図

です。

(実験 2.5.3 へもどる.)

D.4 実験課題 2.7.1 解答 実効値測定実験 1

実効値測定機能は電圧計 (Voltmeter) とオシロスコープ (Oscilloscope) の計測 (Measure) 機能にあります。どちらを用いてもよいです。電圧計による方法が簡便なので、本実験では電圧計を用います。オシロスコープの計測機能の使い方は付録 B.4.6 に記しておきます。

図 D.15 は実効値測定実験のための関数発生器の設定画面です。正弦波電圧の振幅 1.414 [V] とするためにピーク - ピーク間電圧を 2.828 Volts に設定します。

図 D.16 は電圧計 (Voltmeter) の画面です。この測定値の表示は、以下の手順でできます。

1. 電圧計 (Voltmeter) ボタンをオン
2. Run
3. AC(20Hz-800Hz) を選択

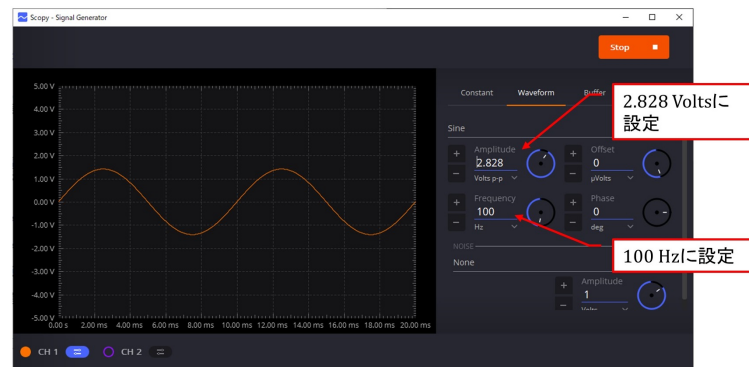


図 D.15: 実効値測定実験のための関数発生器の設定



図 D.16: 電圧計 (Voltmeter) による実効値測定

CH1 の測定周波数範囲として 20 [Hz] ~ 800 [Hz] を選択します。電圧計 (Voltmeter) には有効周波数範囲があります。計測対象の周波数に合わせて設定してください。これを間違えると測定値の誤差が大きくなります。

4. AC(20Hz-800Hz) を選択

CH2 の測定周波数範囲として 20 [Hz] ~ 800 [Hz] を選択します。

以上の設定により、電圧計 CH1, CH2 の計測実効値をそれぞれ V_{1e} , V_{2e} とすると、

$$\begin{aligned} V_{1e} &= 1.00\cancel{6} = 1.01[\text{V}] \\ V_{2e} &= 1.01\cancel{1} = 1.01[\text{V}] \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

と得られました。電圧計の実効値では有効数字を 3 桁とします。振幅 $\sqrt{2}$ [V] の正弦波電圧の実効値は 1 [V] ですが、わずかに誤差がありました。この誤差の原因には関数発生器 (Signal Generator) の出力電圧が設定値通りでないことと電圧計 (Voltmeter) の誤差が挙げられます。

出力電圧の設定値からのずれは本書の実験では支障ありません。計測値を基に諸計算を行い、設定値は理論の確認に利用しません。おおよその電圧設定ができればよいです。一方、電圧計の精度に対しては有効数字 (2.8 節) で対応します。

本実験では以下を確認してください。

- 振幅 $\sqrt{2}$ [V] に設定した正弦波電圧の実効値がほぼ 1 [V] であった。

(実験課題 2.7.1 にもどる.)

D.5 実験課題 3.2.1 解答

D.5.1 コイル電流のコイル電圧に対する位相差測定実験結果

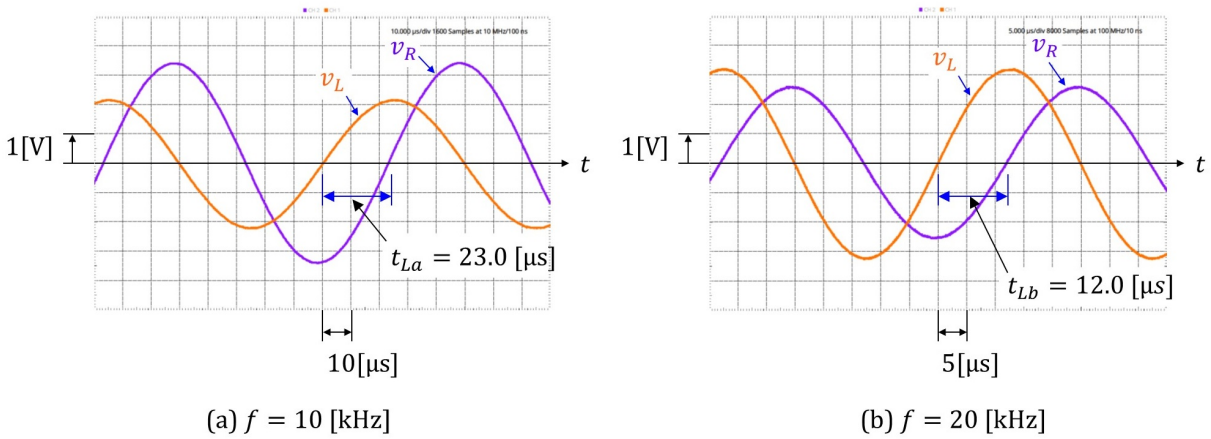


図 D.17: コイルの電圧と電流の位相差測定実験結果

図 D.17 はコイルの電圧と電流の位相差測定実験の結果です。同図 (a) が電源電圧の周波数 $f = 10$ [kHz] の場合、(b) が $f = 20$ [kHz] の場合です。橙線がコイルの両端電圧 v_L 、紫線が抵抗の両端電圧 v_R です。 v_R と v_L の時間差を (a) t_{La} 、(b) t_{Lb} とすると、筆者の実験では

$$\begin{aligned} t_{La} &= 23.0 [\mu\text{s}] \\ t_{Lb} &= 12.0 [\mu\text{s}] \end{aligned} \quad (\text{D.16})$$

でした。 v_R と抵抗を流れる電流 i は (3.1) 式のオームの法則により比例関係にあります。抵抗とコイルは直列接続されているので、抵抗とコイルには同じ電流 i が流れています。したがって、コイルに流れる電流 i は v_R と（振幅を除き）同じ波形です。よって、コイル電流 i とコイル電圧 v_L の時間差は (D.16) 式と同じです。電源電圧の周期をそれぞれ T_a 、 T_b とすると、(a) $T_a = 100$ [μs]、(b) $T_b = 50$ [μs] です。これより、 i の v_L に対する位相差 ψ_{La} 、 ψ_{Lb} は

$$\begin{aligned} \psi_{La} &= -\frac{t_{La}}{T_a} \times 360 = -\frac{23.0}{100} \times 360 = -82.8 [^\circ] \\ \psi_{Lb} &= -\frac{t_{Lb}}{T_b} \times 360 = -\frac{12.0}{50} \times 360 = -86.4 [^\circ] \end{aligned} \quad (\text{D.17})$$

です。位相差の絶対値は $90 [^\circ]$ よりも少し小さい結果となりました。

この $90 [^\circ]$ からのずれは抵抗、インダクタンスの定格値からのずれとは無関係です。コイルの両端電圧 v_L と電流 i に

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (\text{D.18})$$

の関係が成立していれば、位相差は 90°] です。実際はコイルには巻き線抵抗があるため、巻き線抵抗を R_L とすると

$$v_L = R_L i + L \frac{di}{dt} \quad (\text{D.19})$$

となっているためです。この理論は演習 4.2.3 にて解説します。

巻き線抵抗による誤差を無視すれば、以下の点で理論に合う実験結果を得ました。

- コイル電流 i はコイル電圧 v_L より $\pi/2$ [rad] (90°) 遅れる。
- 電流 i の電圧 v_L に対する位相差 $\psi_L = -\pi/2$ [rad] (-90°) は周波数によらない。

一方、現実には巻き線抵抗があり、その影響により

- 位相差は周波数が高い方が $-\pi/2$ [rad] (-90°) に近くなる

結果でした。

(実験 3.2.1 へもどる.)

D.5.2 コイルの電圧と電流の位相差測定実験回路の配線

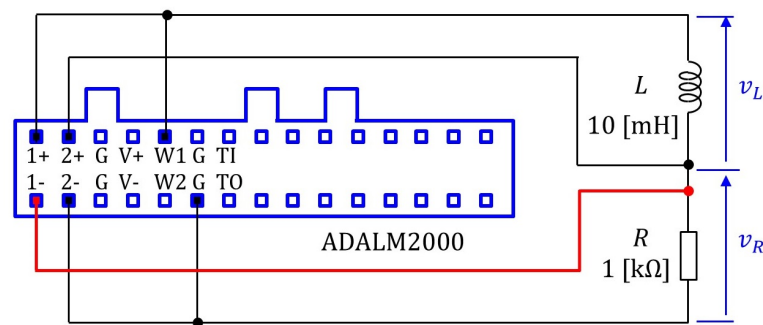


図 D.18: コイルの電圧と電流の位相差測定実験回路の配線図

図 D.18 はコイルの電圧と電流の位相差測定実験回路の配線図です。図 D.13 の位相差測定実験用 $R-L$ 直列回路の配線との違いは、図中の赤線のように 1- ピンを、G ピンではなく、抵抗とコイル間につないでいる点です。これにより 1+ と 1- ピン間には抵抗の両端電圧 v_R が入力され、オシロスコプの CH1 で v_R を観測できます。

(実験 3.2.1 へもどる.)

D.6 実験課題 3.3.1 解答

D.6.1 コンデンサの電圧と電流の位相差測定実験結果

図 D.19 はコンデンサの電圧 v_C と電流 i の位相差測定実験の結果です。同図 (a) が電源電圧 v の周波数 $f = 10$ [kHz] の場合、(b) が $f = 20$ [kHz] の場合です。橙線がコンデンサの両端電圧 v_L 、紫線が抵抗の両

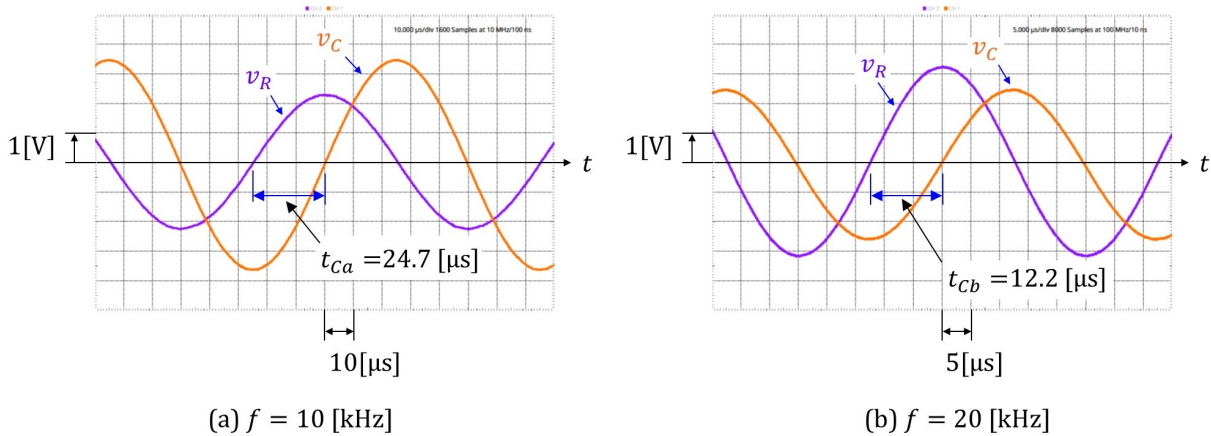


図 D.19: コンデンサの電圧と電流の位相差測定実験結果

端電圧 v_R です。 v_R と v_C の時間差を (a) t_{Ca} , (b) t_{Cb} とすると、筆者の実験では

$$\begin{aligned} t_{Ca} &= 24.7 \text{ } [\mu\text{s}] \\ t_{Cb} &= 12.2 \text{ } [\mu\text{s}] \end{aligned} \quad (\text{D.20})$$

でした。 v_R と i は比例関係にあります。抵抗とコンデンサには同じ電流 i が流れています。したがって、 i は v_R と（振幅を除き）同じ波形です。よって、 i と v_C の時間差は (D.20 式) と同じです。電源電圧の周期をそれぞれ T_a , T_b とすると、(a) $T_a = 100 \text{ } [\mu\text{s}]$, (b) $T_b = 50 \text{ } [\mu\text{s}]$ です。これより、 i の v_C に対する位相差 ψ_{Ca} , ψ_{Cb} は

$$\begin{aligned} \psi_{Ca} &= \frac{t_{Ca}}{T_a} \times 360 = \frac{24.7}{100} \times 360 = 88.9 [^\circ] \\ \psi_{Cb} &= \frac{t_{Cb}}{T_b} \times 360 = \frac{12.2}{50} \times 360 = 87.8 [^\circ] \end{aligned} \quad (\text{D.21})$$

です。いずれの位相差も $90 [^\circ]$ よりわずかに小さい結果となりました。

この位相差の誤差はコンデンサの持っている抵抗成分に起因します。コンデンサの両端電圧 v_C と電流 i の関係が

$$i = C \frac{dv_C}{dt} \quad (\text{D.22})$$

であれば両者の位相差は $\pi/2$ です。両辺を積分すると

$$v_C = \frac{1}{C} \int i dt \quad (\text{D.23})$$

です。ただし、積分定数を 0 としています。（積分定数の影響は過渡現象に現れます。本稿では過渡現象収束後の定常状態を扱っています。）実際のコンデンサでは、コンデンサの抵抗成分を R_C とすると

$$v_C = R_C i + \frac{1}{C} \int i dt \quad (\text{D.24})$$

が成立しています。抵抗成分も含めた理論は演習 4.2.8 にて解説します。

抵抗成分による誤差を無視すれば、以下の点で理論に合う実験結果を得ました。

- コンデンサ電流 i はコンデンサ電圧 v_C よりも $\pi/2 \text{ } [\text{rad}]$ ($90 [^\circ]$) 進む。

- i と v_C の位相差 $\pi/2$ [rad] (90°) は周波数によらない.

一方, 現実には抵抗成分があり, この成分により

- 位相差は周波数が低い方が $\pi/2$ [rad] (90°) に近い

結果となりました.

(実験 3.3.1 へもどる.)

D.6.2 コンデンサの電圧と電流の位相差測定実験回路の配線

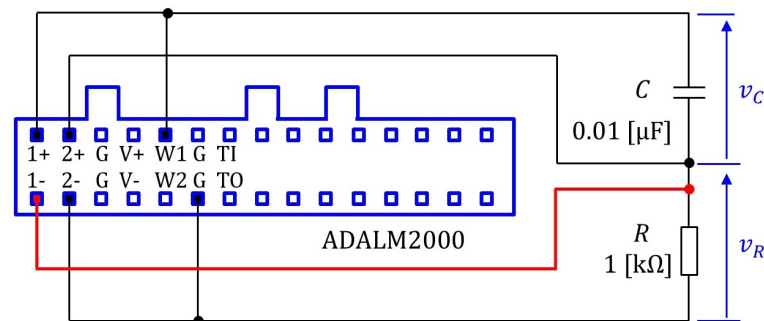


図 D.20: コンデンサの電圧と電流の位相差測定実験回路の配線図

図 D.20 はコンデンサの電圧と電流の位相差測定実験回路の配線図です.

(実験 3.3.1 へもどる.)

D.7 実験課題 3.4.1 解答

D.7.1 抵抗の直列接続実験結果

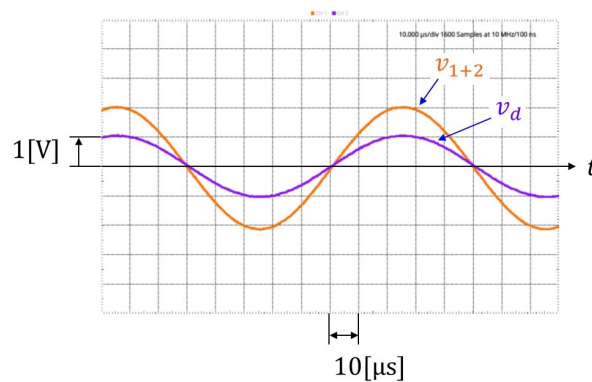


図 D.21: 抵抗の直列接続実験結果

図 D.21 は抵抗の直列接続実験の結果です。橙線が抵抗 R_{1+2} の両端電圧 v_{1+2} 、紫線が基準抵抗の両端電圧 v_d です。ここで R_{1+2} は抵抗 R_1 , R_2 の直列接続の抵抗です。

電圧計 (Voltmeter) により実効値を計測しました。基準抵抗の両端電圧 v_d の実効値 $V_{de} = 0.73$ [V] (有効数字 2 桁) でした。全ての抵抗を流れる電流の実効値 $I_e = 0.73$ [mA] です。 v_{1+2} の実効値 $V_{1+2,e} = 1.47$ [V] でした。よって、

$$R_{1+2} = \frac{V_{1+2,e}}{I_e} = \frac{1.47[\text{V}]}{0.73[\text{mA}]} = 2.0[\text{k}\Omega] \quad (\text{D.25})$$

です。計算結果の有効数字は桁数の小さい方の 2 桁に揃えてあります。抵抗の定格値 $R_1 = R_2 = 1$ [k Ω] です。抵抗のばらつきと電圧計の誤差により読者の実験結果は筆者の結果と少しずれる可能性が高いです。2[k Ω] に近い値であれば正解です。

以下の理論に合う実験結果を得ました。

$$R_{1+2} = R_1 + R_2 \quad (\text{D.26})$$

(実験 3.4.1 へもどる.)

D.7.2 抵抗の直列接続実験回路の配線

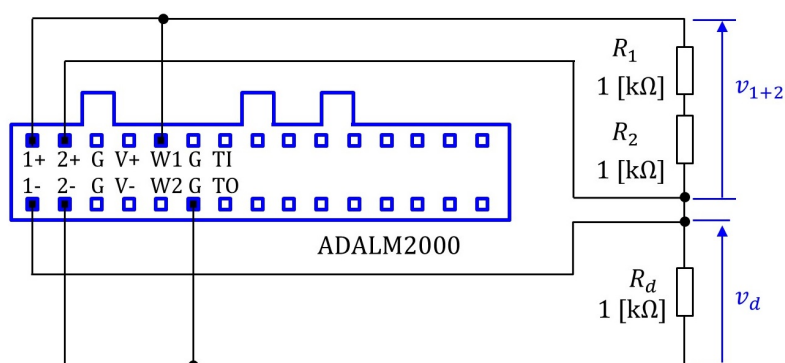


図 D.22: 抵抗の直列接続実験回路の配線図

図 D.22 は抵抗の直列接続実験回路の配線図です。

(実験 3.4.1 へもどる.)

D.8 実験課題 3.4.3 解答

D.8.1 抵抗の並列接続実験結果

図 D.23 は抵抗の並列接続実験の結果です。紫線が基準抵抗の両端電圧 v_d 、橙線が抵抗 $R_{1//2}$ の両端電圧 $v_{1//2}$ です。ここで $R_{1//2}$ は抵抗 R_1 , R_2 の並列接続の抵抗です。

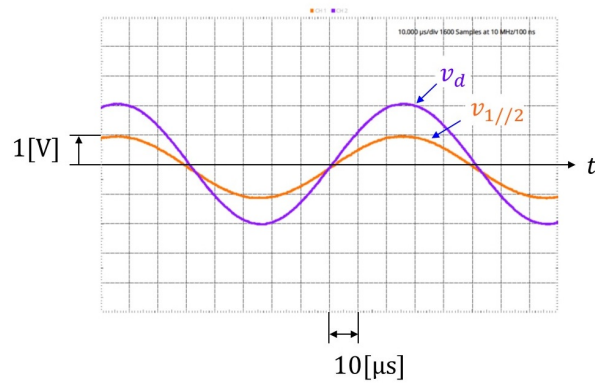


図 D.23: 抵抗の並列接続実験結果

筆者の実験では、 v_d の実効値 $V_{de} = 1.47$ [V] (有効数字 3 桁) でした。したがって、抵抗 R_1 , R_2 の並列回路に流れ込む電流 $I_e = 1.47$ [mA] です。 $v_{1//2}$ の実効値 $V_{1//2,e} = 0.75$ [V] (有効数字 2 桁) でした。よって、

$$R_{1//2} = \frac{V_{1//2,e}}{I_e} = \frac{0.75[\text{V}]}{1.47[\text{mA}]} = 0.51[\text{k}\Omega] \quad (\text{D.27})$$

です。計算結果の有効数字は桁数の小さい方の 2 桁に揃えてあります。抵抗の定格値 $R_1 = R_2 = 1$ [kΩ] です。抵抗のばらつきと電圧計の誤差を考慮すると 0.5 [kΩ] に近い値であれば正解です。

以下の理論に合う実験結果を得ました。

$$R_{1//2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad (\text{D.28})$$

(実験 3.4.3 へもどる.)

D.8.2 抵抗の並列接続実験回路の配線

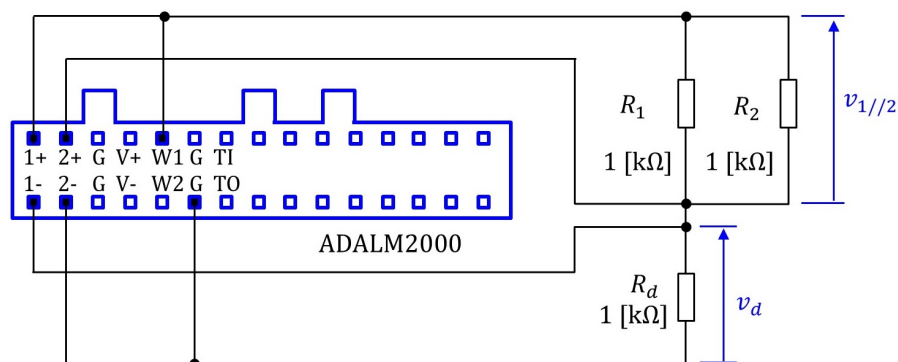


図 D.24: 抵抗の並列接続実験回路の配線図

図 D.24 は抵抗の並列接続実験回路の配線図です。

(実験 3.4.3 へもどる.)

D.9 実験課題 3.5.1 解答 コイルの直列接続実験

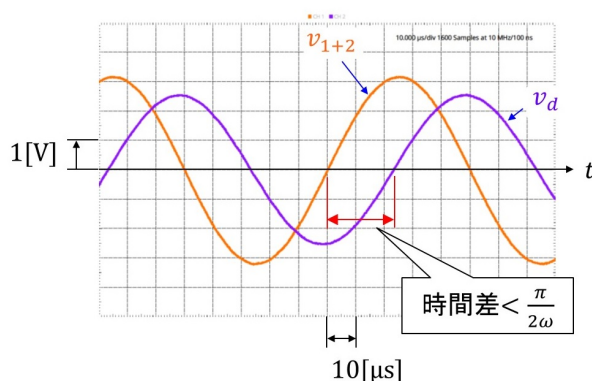


図 D.25: コイルの直列接続実験波形

図 D.25 はコイルの直列接続実験の波形です。紫線が基準抵抗の両端電圧 v_d ，橙線がインダクタンス L_{1+2} にかかる電圧 v_{1+2} です。ここで L_{1+2} は L_1 , L_2 の直列接続のインダクタンスです。

(3.5) 式より

$$L = \frac{V_m}{\omega I_m} = \frac{V_e}{\omega I_e} \quad (\text{D.29})$$

です。

v_d の実効値 $V_{de} = 1.79$ [V] でした。したがって、回路の電流 i の実効値 $I_e = 1.79$ [mA] です。また、 v_{1+2} の実効値 $V_{1+2,e} = 2.25$ [V] でした。これらの値と、 $f = 10$ [kHz] を上式に代入すると

$$L_{1+2} = \frac{V_{1+2,e}}{2\pi f I_e} = \frac{2.25}{2 \times \pi \times 10^4 [\text{Hz}] \times 1.79 \times 10^{-3} [\text{A}]} = 20.0 [\text{mH}] \quad (\text{D.30})$$

と求まります。インダクタンスの定格値は $L_1 = L_2 = 10$ [mH] です。読者の実験結果は筆者の結果とは少しずれることでしょう。20 [mH] に近い値であれば正解です。

以下の理論に合う実験結果を得ました。

$$L_{1+2} = L_1 + L_2 \quad (\text{D.31})$$

なお、図 D.25 において、 v_d と v_{1+2} の時間差が $\pi/2\omega$ より少し小さくなっています。これは、インダクタンスおよび抵抗の定格値からのずれが原因ではありません。コイルは導線を巻いて作られています。この導線が持っている抵抗成分により、電流の遅れが $\pi/2$ より小さくなっています。巻き線抵抗の影響は 4.2.3 項にて詳述します。

(実験 3.5.1 へもどる.)

D.10 実験課題 3.5.2 解答 コイルの並列接続実験

図 D.26 はコイルの並列接続実験の波形です。紫線が基準抵抗の両端電圧 v_d ，橙線がインダクタンス $L_{1//2}$ にかかる電圧 $v_{1//2}$ です。ここで $L_{1//2}$ は L_1 , L_2 の並列接続のインダクタンスです。

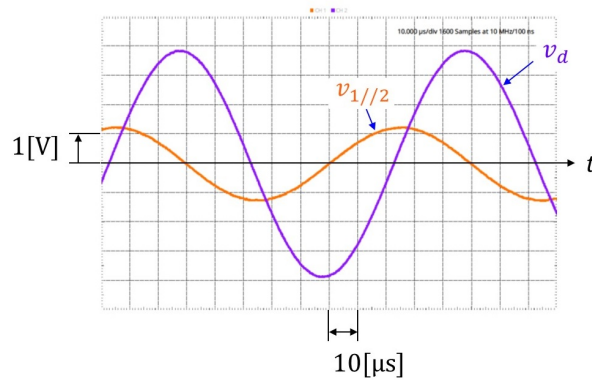


図 D.26: コイルの並列接続実験波形

(3.5) 式より

$$L = \frac{V_e}{\omega I_e} \quad (\text{D.32})$$

です.

v_d の実効値 $V_{de} = 2.72$ [V] でした. したがって, 回路の電流 i の実効値 $I_e = 2.72$ [mA] です. また, $v_{1//2}$ の実効値 $V_{1//2,e} = 0.88$ [V] でした. これらの値と, $f = 10$ [kHz] を上式に代入すると

$$L_{1//2} = \frac{V_{1//2,e}}{2\pi f I_e} = \frac{0.88}{2 \times \pi \times 10^4 [\text{Hz}] \times 2.72 \times 10^{-3} [\text{A}]} = 5.1 [\text{mH}] \quad (\text{D.33})$$

と求まります. インダクタンスの定格値 $L_1 = L_2 = 10$ [mH] です. 読者の実験結果が 5 [mH] に近い値であれば正解です.

以下の理論に合う実験結果を得ました.

$$L_{1//2} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}} \quad (\text{D.34})$$

(実験 3.5.2 へもどる.)

D.11 実験課題 3.6.1 解答 コンデンサの直列接続実験

図 D.27 はコンデンサの直列接続実験の波形です. 紫線が基準抵抗の両端電圧 v_d , 橙線がキャパシタンス C_{1+2} にかかる電圧 v_{1+2} です. ここで C_{1+2} は C_1 , C_2 の直列接続のキャパシタンスです.

(3.8) 式より

$$C = \frac{I_m}{\omega V_m} = \frac{I_e}{\omega V_e} \quad (\text{D.35})$$

です.

v_d の実効値 $V_{de} = 0.87$ [V] でした. したがって, 回路の電流 i の実効値 $I_e = 0.87$ [mA] です. また, v_{1+2} の実効値 $V_{1+2,e} = 2.76$ [V] でした. これらの値と, $f = 10$ [kHz] を上式に代入すると

$$C_1 = \frac{I_e}{2\pi f V_e} = \frac{0.87 \times 10^{-3} [\text{A}]}{2 \times \pi \times 10^4 [\text{Hz}] \times 2.76 [\text{V}]} = 0.0050 [\mu\text{F}] \quad (\text{D.36})$$

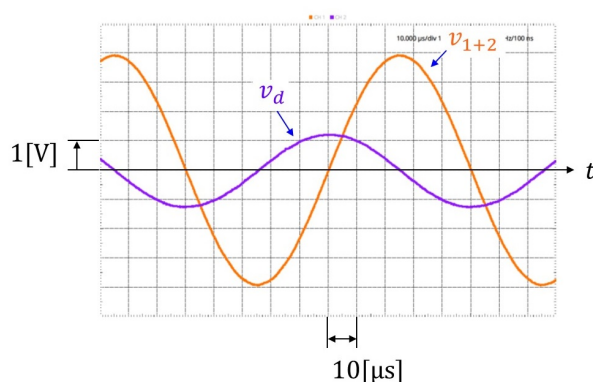


図 D.27: コンデンサの直列接続実験波形

と求まりました。キャパシタンスの定格値 $C_1 = C_2 = 0.01$ [μF] です。0.005 [μF] に近い値であれば正解です。

以下の理論に合う実験結果を得ました。

$$C_{1+2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \quad (\text{D.37})$$

(実験 3.6.1 へもどる.)

D.12 実験課題 3.6.2 解答 コンデンサの並列接続実験

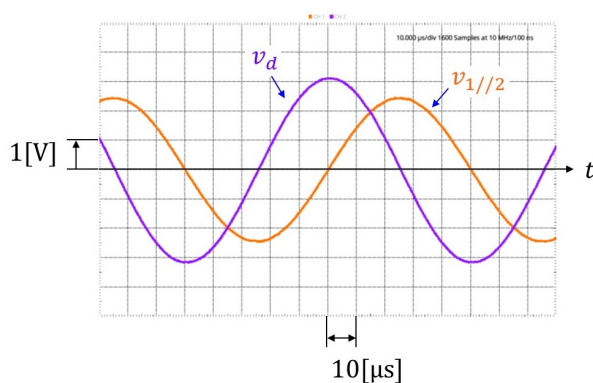


図 D.28: コンデンサの並列接続実験波形

図 D.28 はコンデンサの並列接続実験の波形です。紫線が基準抵抗の両端電圧 v_d ，橙線がキャパシタンス $C_{1//2}$ にかかる電圧 $v_{1//2}$ です。ここで $C_{1//2}$ は C_1 、 C_2 の並列接続のキャパシタンスです。

(3.8) 式より

$$C = \frac{I_e}{\omega V_e} \quad (\text{D.38})$$

です。

v_d の実効値 $V_{de} = 2.22$ [V] でした。したがって、回路の電流 i の実効値 $I_e = 2.22$ [mA] です。また、 $v_{1/2}$ の実効値 $V_{1/2,e} = 1.73$ [V] でした。これらの値と、 $f = 10$ [kHz] を上式に代入すると

$$C_{1/2} = \frac{I_e}{2\pi f V_{1/2,e}} = \frac{2.22 \times 10^{-3} [\text{A}]}{2 \times \pi \times 10^4 [\text{Hz}] \times 1.73 [\text{V}]} = 0.0204 [\mu\text{F}] \quad (\text{D.39})$$

と求まります。キャパシタンスの定格値 $C_1 = C_2 = 0.01$ [μF] です。0.02 [μF] に近い値であれば正解です。以下の理論に合う実験結果を得ました。

$$C_{1/2} = C_1 + C_2 \quad (\text{D.40})$$

(実験 3.6.2 へもどる.)

D.13 実験課題 4.1.1 解答 誘導性リアクタンスの計測

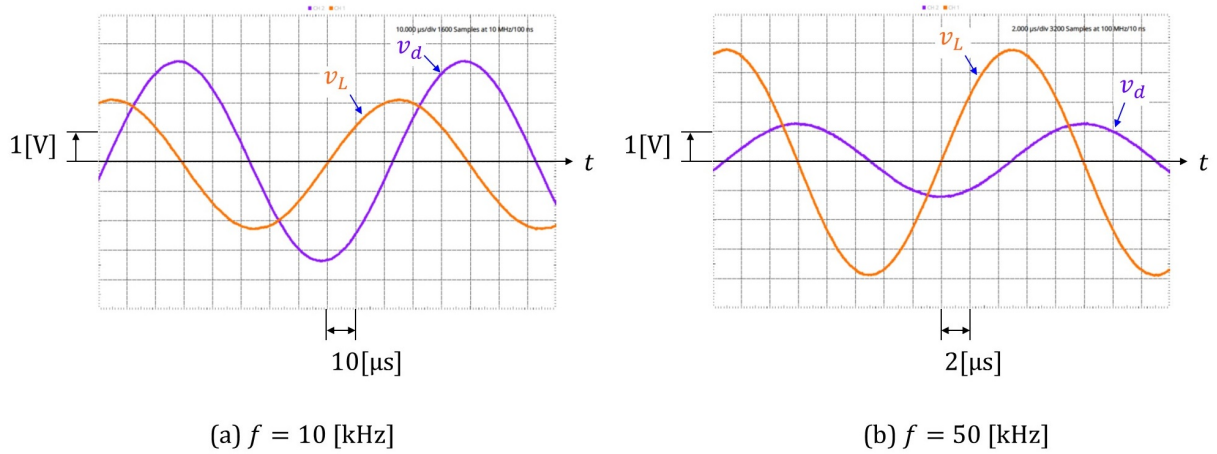


図 D.29: 誘導性リアクタンスの計測実験波形

図 D.29 は誘導性リアクタンスの計測実験の波形例です。(a) が $f = 10$ [kHz] の場合、(b) が 50 [kHz] の場合です。紫線が基準抵抗の両端電圧 v_d 、橙線がコイルの両端電圧 v_L です。

図 D.30 は、(a) V_{de} , V_{Le} の測定値と、(b) 誘導性リアクタンスの実測値と理論値のグラフです。 V_{de} , V_{Le} の測定には電圧計 (Voltmeter) を使いました。 $f = 10$ [kHz] のとき、 $V_{de} = 2.29$ [V] でした。これより回路電流 i の実効値 $I_e = 2.29$ [mA] です。また、 $V_{Le} = 1.47$ [V] でした。誘導性リアクタンス ωL は、

$$\omega L = \frac{V_{Le}}{I_e} = \frac{1.47 [\text{V}]}{2.29 \times 10^{-3} [\text{A}]} = 642 [\Omega] \quad (f = 10 [\text{kHz}]) \quad (\text{D.41})$$

と得られました。これを実測値とします。

インダクタンスの定格値 $L_{nom} = 10$ [mH] なので、誘導性リアクタンス ωL の理論値は、 $f = 10$ [kHz] の場合

$$\omega L_{nom} = 2 \times \pi \times 10^4 [\text{Hz}] \times 10^{-2} [\text{H}] = 628 [\Omega], \quad (\text{D.42})$$

です。これが理論値です。相対誤差を ε とすると

$$\varepsilon = \frac{\omega L - \omega L_{nom}}{\omega L_{nom}} \times 100 = \frac{642 - 628}{628} \times 100 = 2.2 [\%] \quad (\text{D.43})$$

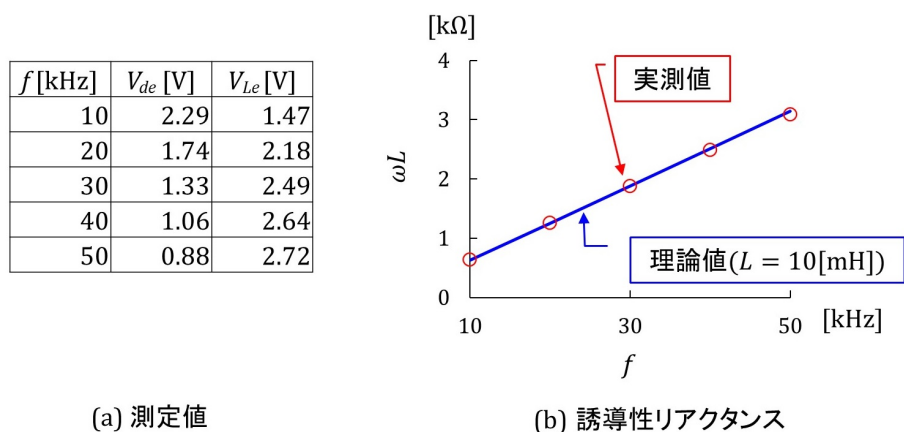


図 D.30: V_{de} と V_{Le} の測定値および誘導性リアクタンスの実測値と理論値の比較

でした。

図 D.30(b) のグラフは横軸が周波数 f 、縦軸が誘導性リアクタンス ωL です。赤丸の中心が実測値、青線が理論値です。グラフより、実測値は理論値と良く合っています。グラフから、実測値が周波数に比例して増加する傾向を把握できます。筆者の結果と同様の比例特性が得られれば正解です。

以下の点で理論に合う実験結果を得ました。

- 誘導性リアクタンス ωL は周波数に比例して増加する。

(実験 4.1.1 へもどる。)

D.14 実験課題 4.1.2 解答 容量性リアクタンスの計測

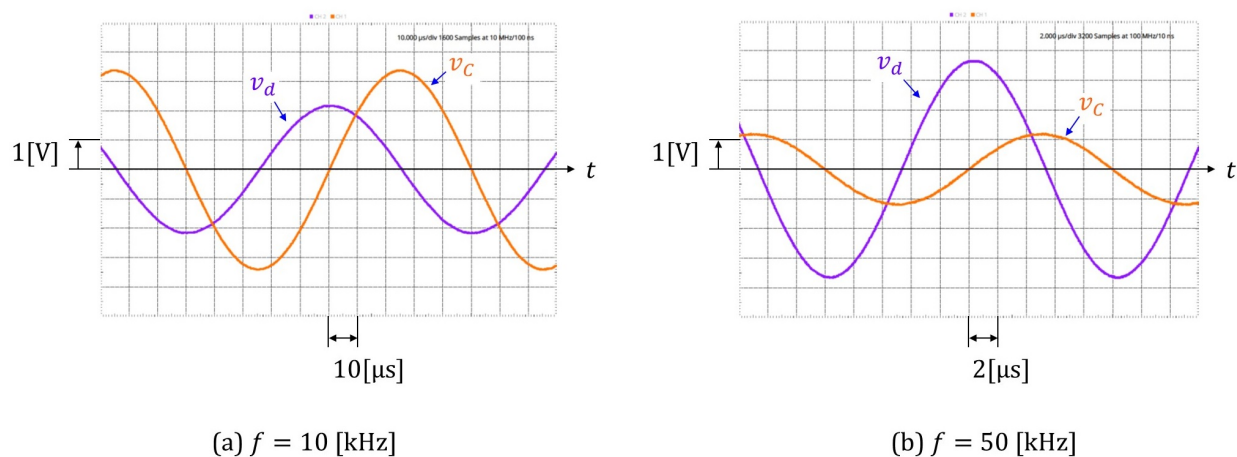


図 D.31: 容量性リアクタンスの計測実験波形

図 D.31 は容量性リアクタンスの計測実験の波形例です。(a) が $f = 10$ [kHz] の場合、(b) が 50 [kHz] の場合です。紫線が基準抵抗器の両端電圧 v_d 、橙線がコンデンサの両端電圧 v_c です。

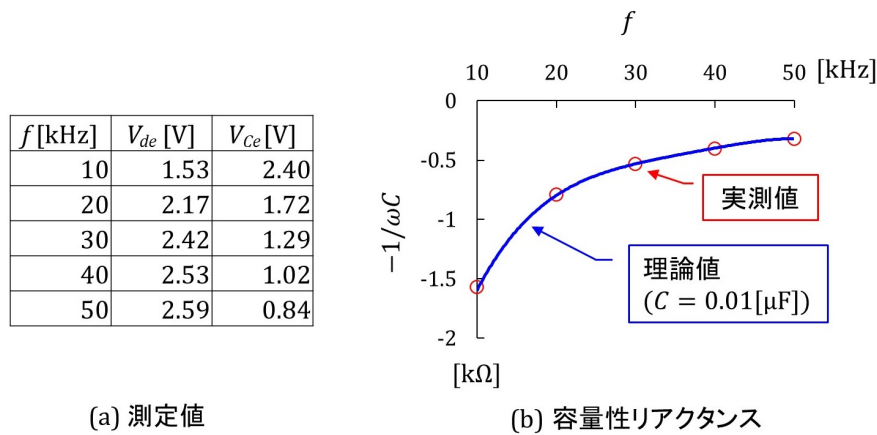
図 D.32: V_{de} と V_{Ce} の測定値および容量性リアクタンスの実測値と理論値の比較

図 D.32 は, (a) V_{de} , V_{Ce} の測定値と, (b) 容量性リアクタンスの実測値と理論値のグラフです. V_{de} , V_{Ce} の測定には電圧計 (Voltmeter) を使いました. $f = 10$ [kHz] のとき, $V_{de} = 1.53$ [V] でした. これより回路電流 i の実効値 $I_e = 1.53$ [mA] です. また, $V_{Ce} = 2.40$ [V] でした. 容量性リアクタンス $-1/\omega C$ の実測値は

$$-\frac{1}{\omega C} = -\frac{V_{Ce}}{I_e} = -\frac{2.40[\text{V}]}{1.53 \times 10^{-3}[\text{A}]} = -1.57[\text{k}\Omega] \quad (\text{D.44})$$

と得られました.

キャパシタンスの定格値 $C_{nom} = 0.01$ [μF] なので, 容量性リアクタンス $-1/\omega C$ の理論値は

$$-\frac{1}{\omega C_{nom}} = -\frac{1}{2 \times \pi \times 10^4[\text{Hz}] \times 0.01 \times 10^{-6}[\text{F}]} = -1.59[\text{k}\Omega] \quad (\text{D.45})$$

です.

図 D.32(b) のグラフは横軸が周波数 f , 縦軸が容量性リアクタンス $-1/\omega C$ です. 赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です. グラフより, 実測値は理論値と良く合っています. 筆者の結果と同様の周波数に反比例する結果が得られれば正解です.

以下の点で理論に合う実験結果を得ました.

- 容量性リアクタンスの絶対値 $|-1/\omega C|$ は周波数に反比例して減少する.

(実験 4.1.2 へもどる.)

D.15 実験課題 4.2.1 解答 $R-L$ 直列回路のインピーダンスの計測

1. V_{Re} , V_e を計測せよ. また, t_{RL} を計測せよ.

表 D.1 は, V_{Re} , V_e と t_{RL} の測定値です. 筆者の実験結果です.

2. $|Z|$ を求めよ. また, ψ を度数法 ($^\circ$) で求めよ.

表 D.2 は, インピーダンスの大きさ $|Z|$ と位相角 ψ の実測値および理論値を示します. なお, $|Z|$ は, 回路に流れる電流の実効値を I_e とすると

$$|Z| = \frac{V_e}{I_e} = \frac{V_e R}{V_{Re}} \quad (\text{D.46})$$

表 D.1: $R-L$ 直列回路における V_{Re} , V_e と t_{RL} の測定値

f [kHz]	V_{Re} [V]	V_e [V]	t_{RL} [μ s]
10	2.40	2.96	8.42
20	1.82	2.98	6.89
30	1.40	2.99	5.59
40	1.11	3.00	4.65
50	0.92	3.00	3.96

表 D.2: $R-L$ 直列回路における $|Z|$, ψ の実測値と理論値

f [kHz]	$ Z $ [k Ω] 実測値	$ Z $ 理論値	ψ [°] 実測値	ψ 理論値
10	1.23	1.18	30.3	32.1
20	1.64	1.61	49.6	51.5
30	2.14	2.13	60.4	62.1
40	2.70	2.70	67.0	68.3
50	3.26	3.30	71.3	72.3

により計算しました。また、オームの法則により

$$v_R = Ri \quad (\text{D.47})$$

の関係があるので、電流 i は電圧 v_R に比例します。よって、電源電圧 v と v_R の時間差 t_{RL} は、 v と i の時間差です。 ψ は t_{RL} を次式により換算します。

$$\psi = t_{RL} \times f \times 360 [^\circ] \quad (\text{D.48})$$

3. (4.69) 式より、 $|Z|$ と ψ の理論値を求め、実験結果と比較せよ。

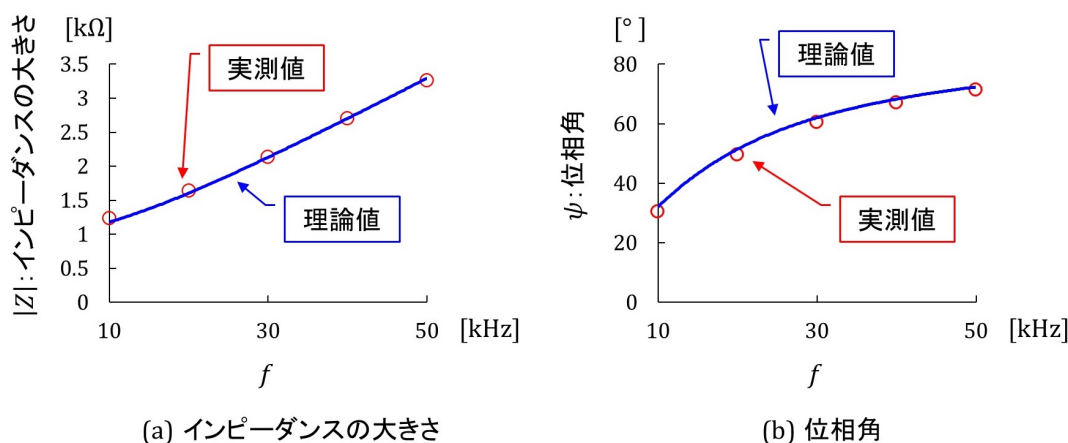
図 D.33: $R-L$ 直列回路における $|Z|$, ψ の実測値と理論値

表 D.2 に理論値を併せて示してあります。図 D.33 はインピーダンスの大きさ $|Z|$ と位相差 ψ の実測値と理論値のグラフです。(a) が $|Z|$, (b) が ψ です。赤丸の中心が実測値、青線が理論値です。

以下の理論に合う実験結果が得られました.

- $|Z| = \{R^2 + (\omega L)^2\}^{1/2}$

図 D.33(a) より, f が小さくなると $|Z|$ は一定値 R に近づき, f が大きくなると $|Z|$ は f に比例して増加する.

- $\psi = \tan^{-1}(\omega L/R)$

図 D.33(b) より, f が小さくなると ψ は $0[^\circ]$ に近づき, f が大きくなると ψ は $90[^\circ]$ に漸近する.

(実験 4.2.1 へもどる.)

D.16 実験課題 4.2.2 解答 $R-C$ 直列回路のインピーダンスの計測

1. V_{Re} , V_e を計測せよ. また, t_{RC} を計測せよ.

表 D.3: $R-C$ 直列回路における V_{Re} , V_e と t_{RC} の測定値

f [kHz]	V_{Re} [V]	V_e [V]	t_{RC} [μ s]
10	1.52	2.87	-15.9
20	2.15	2.79	-5.34
30	2.40	2.75	-2.62
40	2.51	2.73	-1.54
50	2.56	2.72	-1.00

表 D.3 は, V_{Re} , V_e と t_{RC} の測定値です. 筆者の実験結果です.

2. $|Z|$ を求めよ. また, ψ を度数法 ($[^\circ]$) で求めよ.

表 D.4: $R-C$ 直列回路における $|Z|$, ψ の実測値と理論値

f [kHz]	$ Z $ [k Ω]実測値	$ Z $ 理論値	$\psi[^\circ]$ 実測値	ψ 理論値
10	1.89	1.88	-57.2	-57.9
20	1.30	1.28	-38.4	-38.5
30	1.15	1.13	-28.3	-27.9
40	1.09	1.08	-22.2	-21.7
50	1.06	1.05	-18.0	-17.7

表 D.4 は, インピーダンスの大きさ $|Z|$ と位相角 ψ の実測値および理論値を示します.

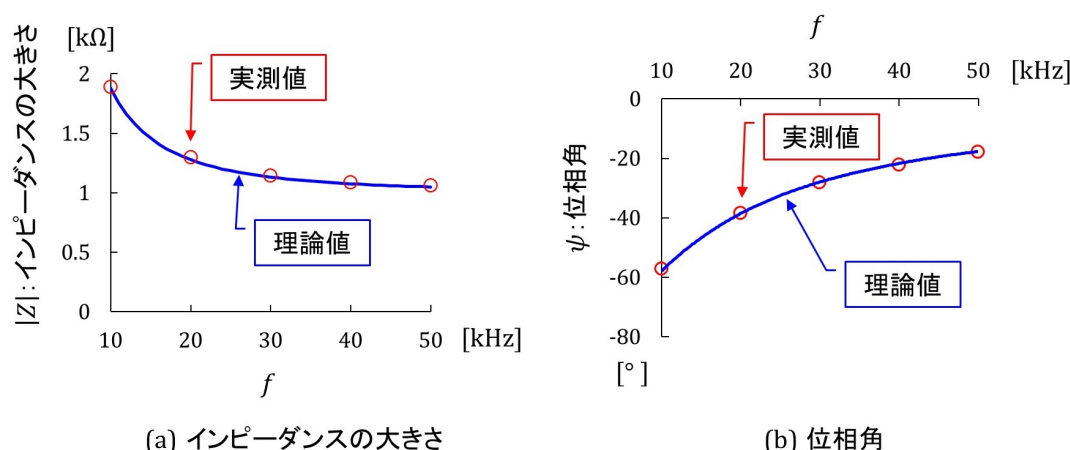
3. (4.73) 式より, $|Z|$ と ψ の理論値を求め, 実験結果と比較せよ.

表 D.4 に理論値を併せて示してあります. 図 D.34 は $|Z|$ と ψ の実測値と理論値のグラフです. (a) が $|Z|$, (b) が ψ です. 赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です.

以下の理論に合う実験結果が得られました.

- $|Z| = \{R^2 + (1/\omega C)^2\}^{1/2}$

図 D.34(a) より, f が小さくなると $|Z|$ は f に反比例して大きくなり, f が大きくなると $|Z|$ は R に漸近する.

図 D.34: $R - C$ 直列回路における $|Z|$, ψ の実測値と理論値

- $\psi = -\tan^{-1}(1/\omega CR)$

図 D.34(b) より, f が小さくなると ψ は -90° に近づき, f が大きくなると ψ は 0° に漸近する.

(実験 4.2.2 へもどる.)

D.17 実験課題 4.2.3 解答 $R - L$ 直列回路と $R - C$ 直列回路の間の電圧計測

1. 電圧 V_{CR} の式を求めよ.

$R - C$ 直列回路を流れる電流を I_{RC} とすると

$$I_{RC} = \frac{1}{R - j\frac{1}{\omega C}} V \quad (D.49)$$

です. よって, コンデンサ電圧 V_C は

$$V_C = -j\frac{1}{\omega C} I_{RC} = \frac{1}{1 + j\omega CR} V \quad (D.50)$$

です. 一方, $R - L$ 直列回路を流れる電流を I_{RL} とすると,

$$I_{RL} = \frac{1}{R + j\omega L} V \quad (D.51)$$

です. これより, 抵抗電圧 V_R は

$$V_R = RI_{RL} = \frac{R}{R + j\omega L} V = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}} V \quad (D.52)$$

と求められます. (D.50) 式と上式より,

$$V_{CR} = V_C - V_R = \frac{1}{1 + j\omega CR} V - \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}} V = \frac{1 + j\omega \frac{L}{R} - (1 + j\omega CR)}{(1 + j\omega CR)(1 + j\omega \frac{L}{R})} = \frac{j\omega (\frac{L}{R} - CR)}{(1 + j\omega CR)(1 + j\omega \frac{L}{R})} \quad (D.53)$$

です.

2. 角周波数 ω によらず $V_{CR} = 0$ とする R, L, C の条件は、上式より

$$\frac{L}{R} = CR \quad (\text{D.54})$$

です.

3. $V_{CR} = 0$ の条件を満たす, R, L, C の具体的数値を定めて, 実験を行い, $v_{CR} \approx 0$ であることを波形により確認せよ.

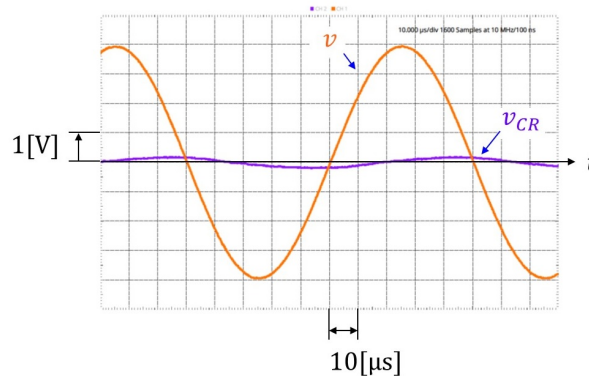


図 D.35: $R-L, R-C$ 直列回路の中間点間の電圧波形例

$R = 1 \text{ [k}\Omega\text{]}, L = 10 \text{ [mH]}, C = 0.01 \text{ [}\mu\text{F]}$ としました. 図 D.35 は, v_{CR} の波形例です. 橙線が交流電源電圧 v , 紫線が中間点間の電圧 v_{CR} です. v の周波数 $f = 10 \text{ [kHz]}$ の例です. $v_{CR} \approx 0$ です. f を変えて v_{CR} を観測すると, f のほぼ全域 (ただし, 1 [MHz] 以下) で $v_{CR} \approx 0$ であることを確認できます.

完全に 0 にできない主な原因としては R, L, C の値の定格値からずれと, 低周波数域ではコイルの巻き線抵抗が挙げられます. また, $f > 1 \text{ [MHz]}$ の高周波数域ではコイルの寄生キャパシタンス, オシロスコープの入力回路 (ADALM2000 内部の回路, 例えば 1+ ピンと G ピン間, 2+ ピンと G ピン間などの内部回路) が持っているキャパシタンスの影響が挙げられます.

(実験 4.2.3 へもどる.)

D.18 実験課題 4.2.4 解答 $R-L-C$ 直列回路のインピーダンスの計測

1. V_{Re}, V_e を計測せよ. また, t_{RLC} を計測せよ.

表 D.5 は, V_{Re}, V_e と t_{RLC} の測定値です. 筆者の実験結果です. ただし, 位相角 ψ は周波数 $f = 10 \text{ [kHz]}$ と $f \geq 20 \text{ [kHz]}$ で符号が反転します. そこで, 便宜上 $f = 10 \text{ [kHz]}$ の t_{RLC} に負号を付けてあります.

2. $|Z|$ を求めよ. また, ψ を度数法 ($^\circ$) で求めよ.

表 D.6 は, インピーダンスの大きさ $|Z|$ と位相角 ψ の実測値および理論値を示します.

3. (4.77) 式より, $|Z|$ と ψ の理論値を求め, 実験結果と比較せよ.

表 D.6 に理論値を併せて示してあります. 図 D.36 は $|Z|$ と ψ の実測値と理論値のグラフです. (a) が $|Z|$, (b) が ψ です. 赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です.

表 D.5: $R-L-C$ 直列回路における V_{Re} , V_e と t_{RLC} の測定値

f [kHz]	V_{Re} [V]	V_e [V]	t_{RLC} [μ s]
10	2.07	2.98	-11.4
20	2.49	2.91	3.11
30	1.74	2.96	4.70
40	1.28	2.98	4.30
50	1.01	2.99	3.83

表 D.6: $R-L-C$ 直列回路における $|Z|$, ψ の実測値と理論値

f [kHz]	$ Z $ [k Ω] 実測値	$ Z $ 理論値	ψ [°] 実測値	ψ 理論値
10	1.44	1.39	-41.0	-43.9
20	1.17	1.10	22.4	24.7
30	1.70	1.68	50.8	53.6
40	2.33	2.34	61.9	64.7
50	2.96	3.00	68.9	70.5

以下の理論に合う実験結果が得られました。

- $|Z| = \{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2\}^{1/2}$

図 D.36(a) より, f が小さくなると $|Z|$ は f に反比例して大きくなり, f が大きくなると $|Z|$ は f に比例して増加する. $|Z|$ が最小となる f が存在する.

- $\psi = \tan^{-1}(\omega L - 1/\omega CR)$

図 D.36(b) より, f が小さくなると ψ は -90° に近づき, f が大きくなると ψ は 90° に漸近する. $\psi = 0^\circ$ となる f が存在する.

(実験 4.2.4 へもどる.)

D.19 実験課題 4.2.5 解答 $R-L-C$ 直列回路を利用した抵抗成分計測実験

1. $\omega L = 1/\omega C$ を満たす f を求めよ.

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-2}[\text{H}] \times 10^{-8}[\text{F}]}} = 15.9[\text{kHz}] \quad (\text{D.55})$$

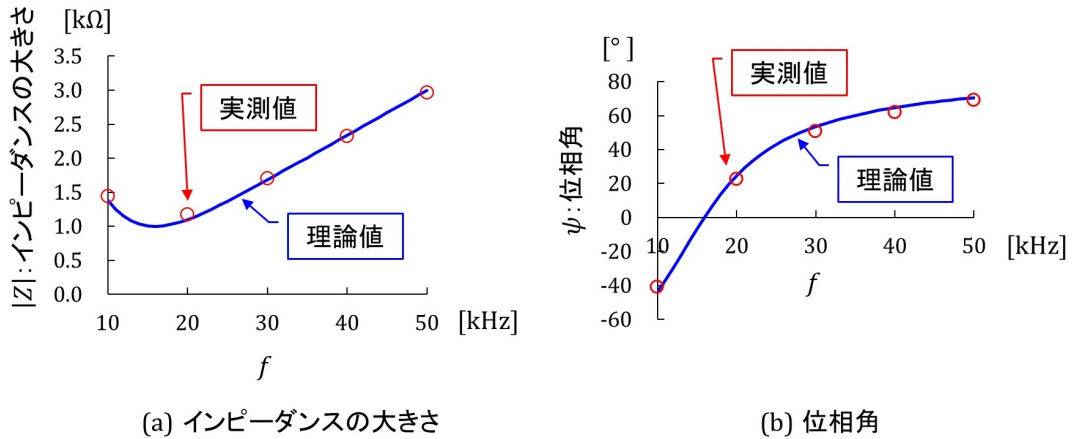
2. f が (4.80) 式の条件を満たすときの回路のインピーダンス Z の式を示せ. V と V_R の位相差を求めよ.

- 回路のインピーダンス Z

$\omega L = 1/\omega C$ のとき, Z は

$$Z = R + R_L + R_C + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + R_L + R_C \quad (\text{D.56})$$

です.

図 D.36: $R-L-C$ 直列回路における $|Z|$, ψ の実測値と理論値

- V と V_R の位相差

電流 I は, $\omega L = 1/\omega C$ のとき (D.56) 式より,

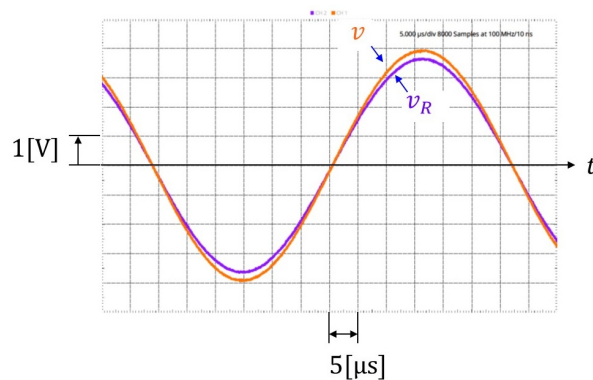
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R + R_L + R_C} \quad (D.57)$$

となります。よって,

$$V_R = RI = \frac{R}{R + R_L + R_C} V \quad (D.58)$$

と得られます。 V と V_R の位相差は 0 です。

3. V と V_R の位相差が 0 となる f を探せ。 V_e , V_{Re} を計測せよ。 $R_L + R_C$ の値を求めよ。

図 D.37: $R-L-C$ 直列回路の計測実験結果 ($\omega L = 1/\omega C$)

- V と V_R の位相差を 0 とする f を探せ。

筆者の実験では $f = 15.83$ [kHz] にて, V と V_R の位相差が 0 となりました。図 D.37 はそのときの v , v_R の波形です。 V の振幅 $V_m = 4$ [V] と設定しました。

- V_e , V_{Re} を計測せよ。

電圧計 (Voltmeter) により得られた値は $V_e = 2.79$ [V], $V_{Re} = 2.58$ [V] でした。

- $R_L + R_C$ の値を求めよ.

V_e , V_{Re} の値を (D.58) 式に代入すると, $R = 1 \text{ [k}\Omega\text{]}$ のとき, $R_L + R_C = 81.4 \text{ [}\Omega\text{]}$ と得られました.

なお, テスターによりコイルの巻き線抵抗を測定したところ $60 \text{ [}\Omega\text{]}$ でした. そこで, 巻き線抵抗 $R_L = 60 \text{ [}\Omega\text{]}$, コンデンサの抵抗成分 $R_C = 20 \text{ [}\Omega\text{]}$ として, これまでの課題に適用してきましたし, これからの課題にも適用していきます.

(実験 4.2.5 へもどる.)

D.20 実験課題 4.3.1 解答 $R - L$ 並列回路のアドミタンス計測

1. V_{de} , $V_{R//Le}$ を計測せよ. また, t_{dL} を計測せよ.

表 D.7: $R - L$ 並列回路における V_{de} , $V_{R//Le}$ と t_{dL} の測定値

$f \text{ [kHz]}$	$V_{de} \text{ [V]}$	$V_{R//Le} \text{ [V]}$	$t_{dL} \text{ [}\mu\text{s]}$
10	2.13	1.14	14.8
20	1.74	1.37	5.18
30	1.60	1.43	2.61
40	1.54	1.45	1.56
50	1.51	1.47	1.04

表 D.7 は, V_{de} , $V_{R//Le}$ と t_{dL} の測定値です. 筆者の実験結果です.

2. $|Y|$ を求めよ. また, φ を度数法 ($^\circ$) で求めよ.

表 D.8: $R - L$ 並列回路における $|Y|$, φ の実測値と理論値

$f \text{ [kHz]}$	$ Y \text{ [mS]}$ 実測値	$ Y $ 理論値	$\varphi \text{ [}^\circ \text{]}$ 実測値	φ 理論値
10	1.87	1.88	-53.3	-57.9
20	1.27	1.28	-37.3	-38.5
30	1.12	1.13	-28.2	-27.9
40	1.06	1.08	-22.5	-21.7
50	1.03	1.05	-18.7	-17.7

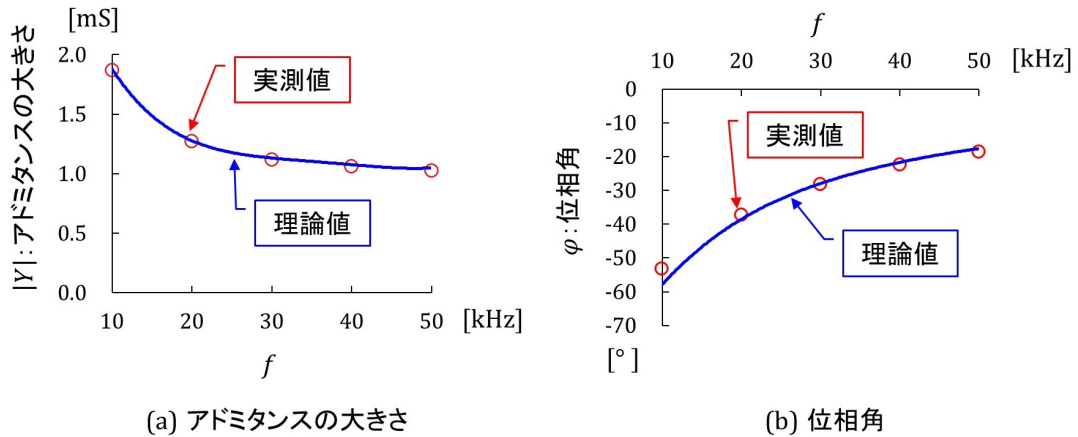
表 D.8 は, アドミタンスの大きさ $|Y|$ と位相角 φ の実測値および理論値を示します. なお, $|Y|$ は, 回路に流れる電流の実効値を I_e とすると

$$|Y| = \frac{I_e}{V_{R//Le}} = \frac{V_{de}}{V_{R//Le} R_d} \quad (\text{D.59})$$

により計算しました.

3. (4.92) 式より, $|Y|$ と φ の理論値を求め, 実験結果と比較せよ.

表 D.8 に理論値を併せて示してあります. 図 D.38 はアドミタンスの大きさ $|Y|$ と位相差 φ の実測値と理論値のグラフです. (a) が $|Y|$, (b) が φ です. 赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です.

図 D.38: $R-L$ 並列回路における $|Y|$, φ の実測値と理論値

以下の理論に合う実験結果が得られました.

- $|Y| = \{(1/R)^2 + (1/\omega L)^2\}^{1/2}$
- $\varphi = -\tan^{-1}(R/\omega L)$

(実験 4.3.1 へもどる.)

D.21 実験課題 4.3.2 解答例 $R-C$ 並列回路のアドミタンス計測実験

1. 交流電源電圧 v の振幅 $V_m = 4$ [V] (ピーク - ピーク間電圧 $V_{p-p} = 8$ [V]) に設定する. v の周波数 $f = 10, 20, 30, 40, 50$ [kHz] と変えて, $R-C$ 並列回路の両端電圧 $v_{R//C}$ の実効値 $V_{R//C_e}$, 基準抵抗の両端電圧 v_d の実効値 V_{de} を計測する. また, v_d と $v_{R//C}$ の時間差 t_{dC} を計測する. t_{dC} の単位は $[\mu s]$ とする.

表 D.9: $R-C$ 並列回路における V_{de} , $V_{R//C_e}$ と t_{dC} の測定値

f [kHz]	V_{de} [V]	$V_{R//C_e}$ [V]	t_{dC} [μs]
10	1.64	1.4	8.42
20	1.94	1.23	6.78
30	2.18	1.05	5.38
40	2.35	0.9	4.4
50	2.46	0.78	3.68

表 D.9 は, V_{de} , $V_{R//C_e}$ と t_{dC} の測定値です. 筆者の実験結果です.

2. 実験結果から $R-C$ 並列回路のアドミタンスの大きさ $|Y|$ を求める. また, 位相角 φ を度数法 ($^\circ$) で求める.

表 D.10 は, アドミタンスの大きさ $|Y|$ と位相角 φ の実測値および理論値を示します. なお, $|Y|$ は, 回路に流れる電流の実効値を I_e とすると

$$|Y| = \frac{I_e}{V_{R//C_e}} = \frac{V_{de}}{V_{R//C_e} R_d} \quad (D.60)$$

表 D.10: $R-C$ 並列回路における $|Y|$, φ の実測値と理論値

f [kHz]	$ Y $ [mS] 実測値	$ Y $ 理論値	φ [°] 実測値	φ 理論値
10	1.17	1.18	30.3	32.1
20	1.58	1.61	48.8	51.5
30	2.08	2.13	58.1	62.1
40	2.61	2.70	63.4	68.3
50	3.15	3.30	66.2	72.3

により計算しました。

3. (C.52) 式より, $|Y|$ と φ の理論値を求め, 実験結果と比較する。

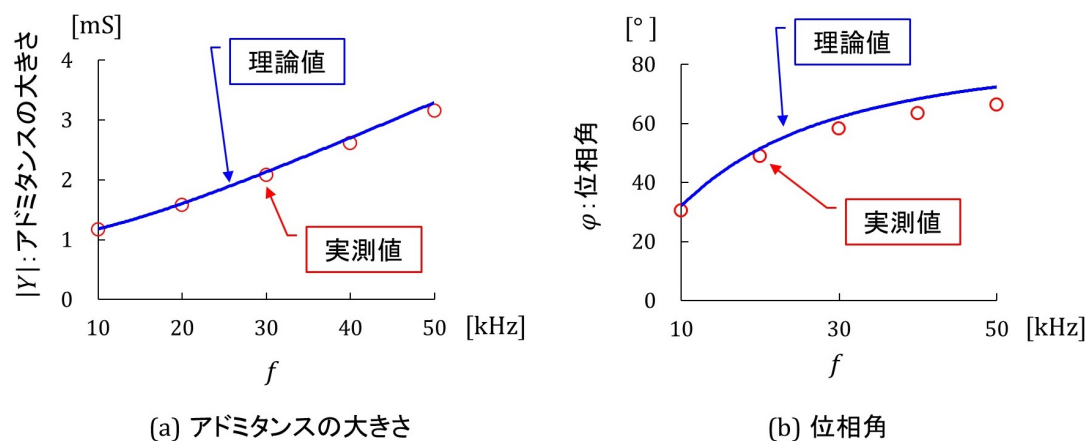
図 D.39: $R-C$ 並列回路における $|Y|$, φ の実測値と理論値

表 D.10 に理論値を併せて示してあります。図 D.39 はアドミタンスの大きさ $|Y|$ と位相角 φ の実測値と理論値のグラフです。(a) が $|Y|$, (b) が φ です。赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です。

以下の理論に合う実験結果が得られました。

- $|Y| = \{(1/R)^2 + (\omega C)^2\}^{1/2}$
- $\varphi = \tan^{-1} \omega CR$

(実験 4.3.2 へもどる.)

D.22 実験課題 4.3.3 解答 $R-L-C$ 並列回路のアドミタンス計測実験

1. 交流電源電圧 v の振幅 $V_m = 4$ [V] (ピーク - ピーク間電圧 $V_{p-p} = 8$ [V]) に設定する。 v の周波数 $f = 10, 20, 30, 40, 50$ [kHz] と変えて, $R-L-C$ 並列回路の両端電圧 $v_{R//L//C}$ の実効値 $V_{R//L//C_e}$, 基準抵抗の両端電圧 v_d の実効値 V_{de} を計測する。また, v_d と $v_{R//L//C}$ の時間差 t_{dLC} を計測する。 t_{dLC} の単位は [μs] とする。

表 D.11 は, V_{de} , $V_{R//L//C_e}$ と t_{dLC} の測定値です。筆者の実験結果です。

表 D.11: $R-L-C$ 並列回路における V_{de} , $V_{R//L//Ce}$ と t_{dLC} の測定値

f [kHz]	V_{de} [V]	$V_{R//L//Ce}$ [V]	t_{dLC} [μ s]
10	1.86	1.26	8.42
20	1.57	1.40	6.78
30	1.96	1.20	5.38
40	2.25	1.00	4.40
50	2.41	0.85	3.68

2. 実験結果から $R-L-C$ 並列回路のアドミタンスの大きさ $|Y|$ を求める. また, 位相角 φ を度数法 ($^{\circ}$) で求める.

表 D.12: $R-L-C$ 並列回路における $|Y|$, φ の実測値と理論値

f [kHz]	$ Y $ [mS] 実測値	$ Y $ 理論値	φ [$^{\circ}$] 実測値	φ 理論値
10	1.48	1.39	-39.6	-43.9
20	1.12	1.10	20.8	24.7
30	1.63	1.68	49.0	53.6
40	2.25	2.34	59.3	64.7
50	2.84	3.00	64.6	70.5

表 D.12 は, アドミタンスの大きさ $|Y|$ と位相角 φ の実測値および理論値を示します.

3. (C.56) 式より, $|Y|$ と φ の理論値を求め, 実験結果と比較する.

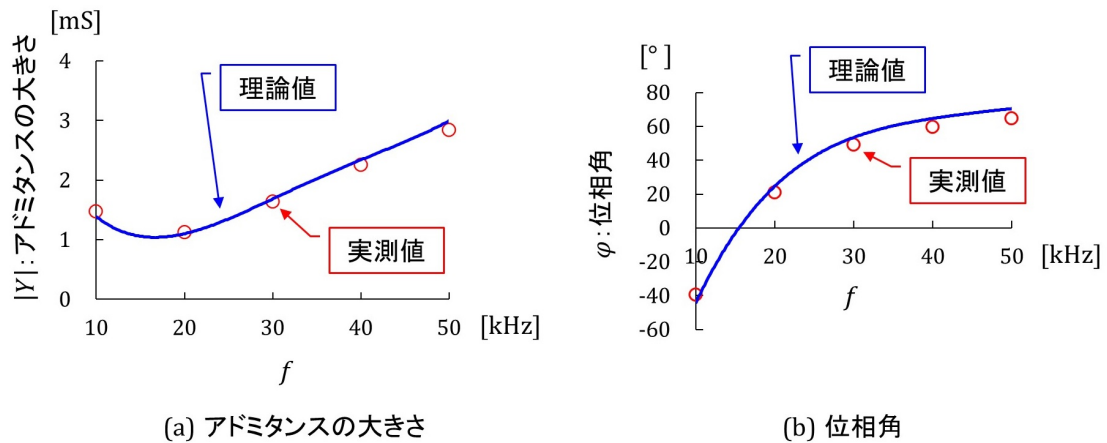
図 D.40: $R-L-C$ 並列回路における $|Y|$, φ の実測値と理論値

表 D.12 に理論値を併せて示してあります. 図 D.40 はアドミタンスの大きさ $|Y|$ と位相差 φ の実測値と理論値のグラフです. (a) が $|Y|$, (b) が φ です. 赤丸の中心が実測値, 青線が理論値です.

以下の理論に合う実験結果が得られました.

- $|Y| = \{(1/R)^2 + (1/\omega L - \omega C)^2\}^{1/2}$

- $\varphi = -\tan^{-1}(1/\omega L - \omega C)R$

(実験 4.3.3 へもどる.)

D.23 実験課題 4.3.4 解答 $R//L + R//C$ 回路のインピーダンスの計測

1. 図 4.37(a) の回路のインピーダンス Z の式を求めよ.

R_1 と L のアドミタンスを Y_1 , R_2 と C のアドミタンスを Y_2 とすると, (4.89) 式より

$$\begin{aligned} Y_1 &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L} \\ Y_2 &= \frac{1}{R_2} + j\omega C \end{aligned} \quad (\text{D.61})$$

です. R_1 と L のインピーダンスを Z_1 , R_2 と C のインピーダンスを Z_2 とすると,

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{Y_1} \\ Z_2 &= \frac{1}{Y_2} \end{aligned} \quad (\text{D.62})$$

なので, $R//L - R//C$ 直列回路のインピーダンス Z は, (4.54) 式より

$$\begin{aligned} Z &= Z_1 + Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L}} + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C} = \frac{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{j\omega L}}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} + \frac{\frac{1}{R_2} - j\omega C}{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2 + (\omega C)^2} \\ &= \frac{\frac{(\omega L)^2}{R_1} + j\omega L}{1 + \left(\frac{\omega L}{R_1}\right)^2} + \frac{R_2 - j\omega C R_2^2}{1 + (\omega C R_2)^2} \end{aligned} \quad (\text{D.63})$$

2. Z の虚部を ω と無関係に 0 とする条件を求めよ.

(D.63) 式において

$$\begin{aligned} \frac{L}{R_1} &= C R_2 \\ L &= C R_2^2 \end{aligned} \quad (\text{D.64})$$

とすると, 虚部が 0 となります. 上式より

$$R_1 = R_2 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{D.65})$$

が得られます. このとき,

$$Z = R_1 \quad (\text{D.66})$$

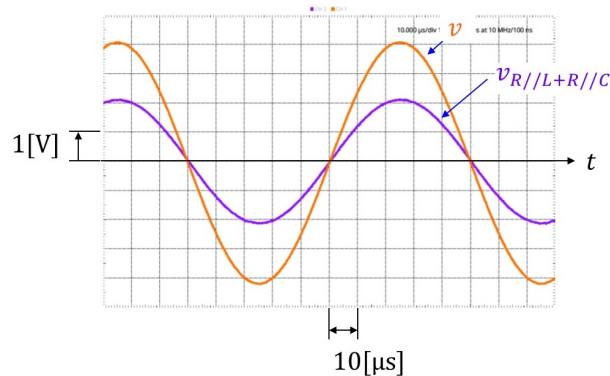
となります.

3. 抵抗 $R_1 = R_2 = 1[\text{k}\Omega]$, インダクタンス $L = 10 [\text{mH}]$, キャパシタンス $C = 0.01 [\mu\text{F}]$ のとき, インピーダンス Z の値を求めよ.

$\sqrt{L/C} = 10^3$ なので, (D.65) 式の条件を満たします. よって,

$$Z = R_1 = 1[\text{k}\Omega] \quad (\text{D.67})$$

です.

図 D.41: $R//L + R//C$ 回路の実験波形例

4. 同図 (b) の回路を組み、任意の周波数でインピーダンス Z の両端電圧 $V_{R//L+R//C}$ が交流電源電圧 V と同相になること、その振幅が電源電圧振幅の $1/2$ となることを確認せよ。

図 D.41 が実験波形例です。橙線が電源電圧 v 、紫線がインピーダンスの両端電圧 $v_{R//L+R//C}$ です。 v の周波数 $f = 10$ [kHz] の場合です。両者はほぼ同相です。また、 $v_{R//L+R//C}$ の振幅は v の振幅の約 $1/2$ です。 f を変えてもこの同相で振幅 $1/2$ の関係は保たれます。

(実験 4.3.4 へもどる。)

D.24 実験課題 4.3.5 解答 $R-L$ 直列回路と等価な並列回路

1. 電源電圧 V の周波数 $f = 15.9$ [kHz] のとき、この回路と等価な並列回路の抵抗と誘導性リアクタンスの値を求めよ。

$\omega L = 1$ [k Ω] なので、(4.95) 式において

$$\begin{aligned} R_1 &= 2[\text{k}\Omega] \\ X_1 &= 2[\text{k}\Omega] \end{aligned} \quad (\text{D.68})$$

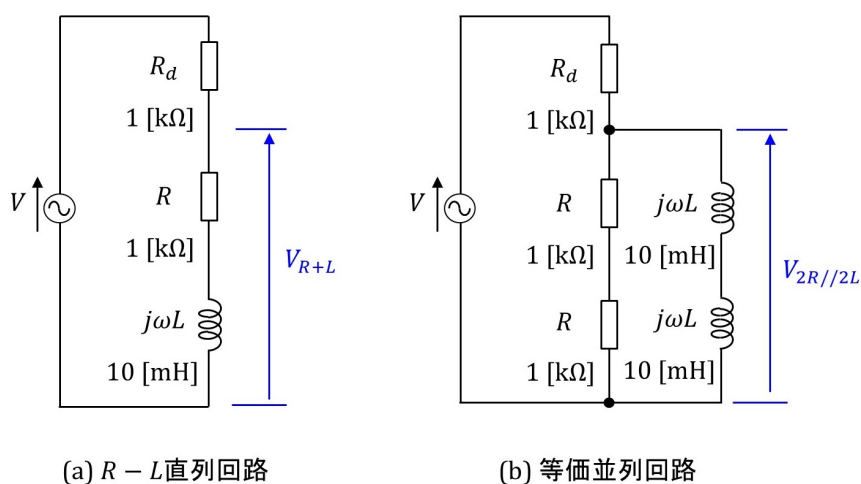
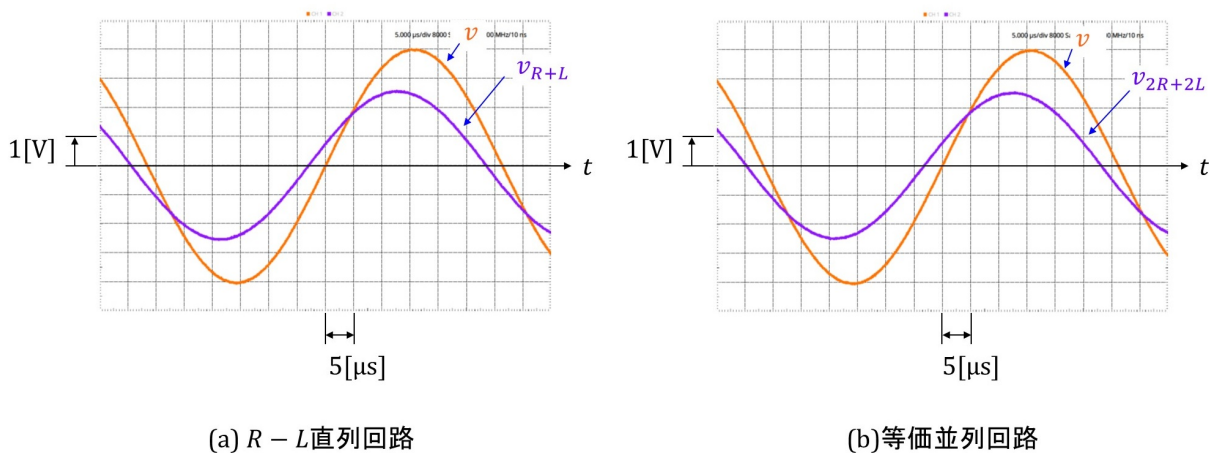
と計算されます。

2. 求めた並列回路が元の回路と等価であることを確かめる実験回路を組み、実験結果を示せ。

図 D.42 は実験回路例です。同図 (a) は元の $R-L$ 直列回路、(b) が等価並列回路です。抵抗 R_d は基準抵抗です。電源電圧 v と直列回路の両端電圧 v_{R+L} を同時計測し、また、並列回路の両端電圧 $v_{2R//2L}$ と電源電圧 v を同時計測することで、等価性を確認できます。 $L = 20$ [mH] のコイルは 10 [mH] のコイルを 2 個直列接続して実現します。

図 D.43 は実験結果です。同図 (a) が元の $R-L$ 直列回路の波形、(b) が等価並列回路の波形です。橙線が電源電圧 v で、紫線が (a) v_{R+L} 、(b) $v_{2R//2L}$ です。どちらも同じ波形が得られています。

(実験 4.3.5 へもどる。)

図 D.42: $R-L$ 直列回路と等価な並列回路の実験回路例図 D.43: $R-L$ 直列回路と等価な並列回路の実験結果

D.25 実験課題 4.3.6 解答 $R-L$ 並列回路と等価な直列回路

解答例です。 $R-L$ 直列回路と等価な並列回路実験を参照します。

1. 電源電圧 V の周波数 $f = 15.9$ [kHz] のとき、この回路と等価な直列回路の抵抗と誘導性リアクタンスの値を求めよ。

$\omega L = 1$ [kΩ] なので、(C.59) 式において

$$\begin{aligned} R_2 &= 0.5 \text{ [kΩ]} \\ X_2 &= 0.5 \text{ [kΩ]} \end{aligned} \quad (\text{D.69})$$

と計算されます。

2. 求めた直列回路が元の回路と等価であることを確かめる実験回路を組み、実験結果を示せ。

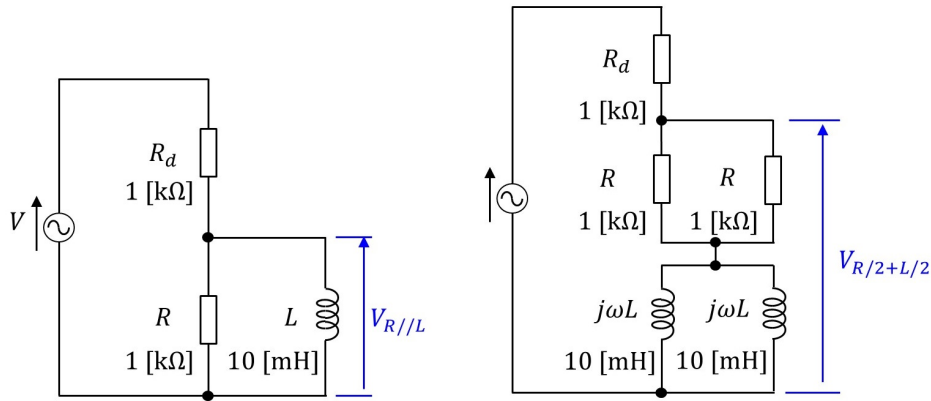
図 D.44: $R-L$ 並列回路と等価な直列回路の実験回路例

図 D.44 は実験回路例です。同図 (a) は元の $R-L$ 並列回路, (b) が等価直列回路です。抵抗 R_d は基準抵抗です。電源電圧 v と並列回路の両端電圧 $v_{R//L}$ を同時計測し, また, 直列回路の両端電圧 $v_{R/2+L/2}$ と電源電圧 v を同時計測することで, 等価性を確認できます。 $L = 5$ [mH] のコイルは 10 [mH] のコイルを 2 個並列接続して実現します。

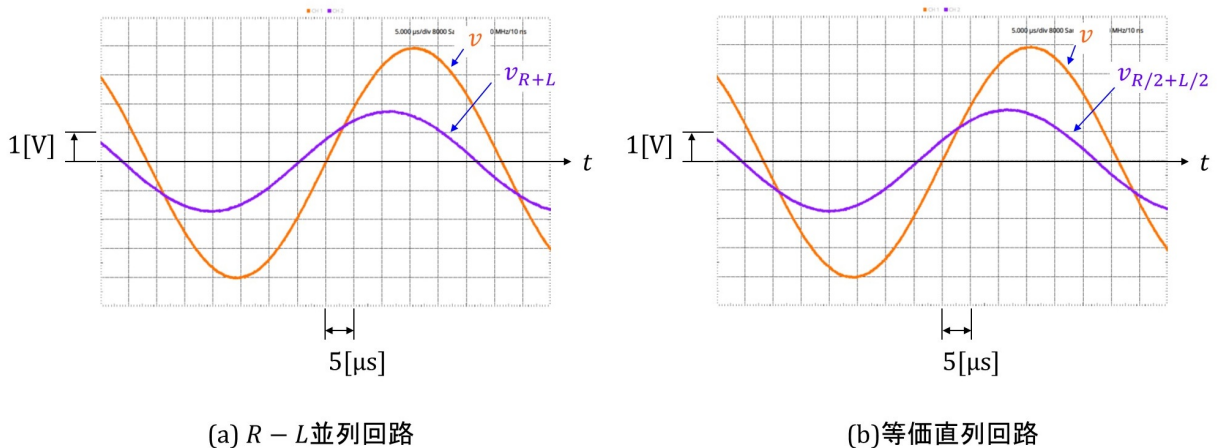
図 D.45: $R-L$ 並列回路と等価な直列回路の実験結果

図 D.45 は実験結果です。同図 (a) が元の $R-L$ 並列回路の波形, (b) が等価直列回路の波形です。橙線が電源電圧 v で, 紫線が (a) $v_{R//L}$, (b) $v_{R/2+L/2}$ です。どちらも同じ波形が得られています。

(実験 4.3.6 へもどる。)

D.26 実験課題 5.5.1 解答 R-L 直列回路のベクトル図・ベクトル軌跡描画

1. $f = 10, 50$ [kHz] の場合について, ベクトル図を描画せよ。いずれの場合も, V_R ベクトルを基準ベクトルとして, $x-y$ 平面の x 軸の正の向きに同ベクトルの方向を合わせよ。

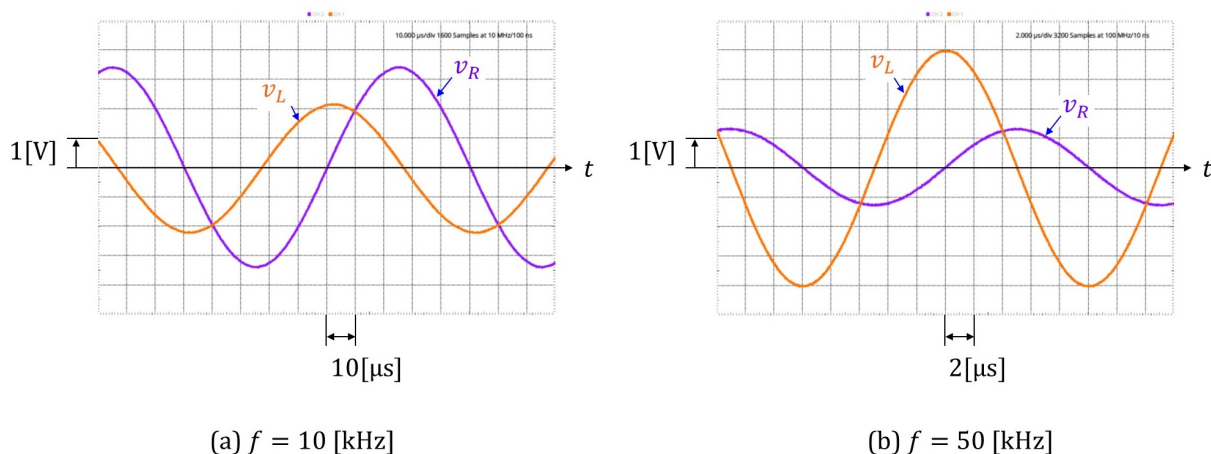
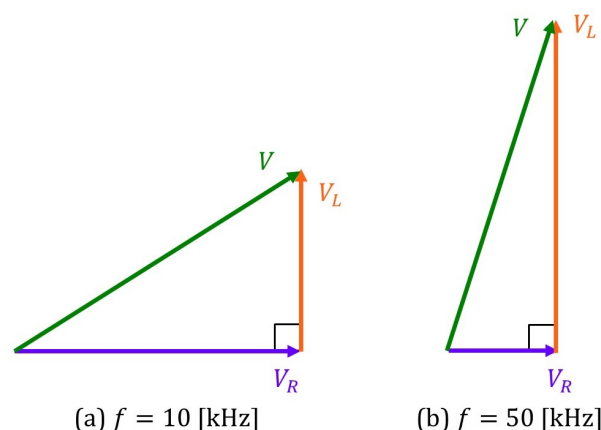
図 D.46: $R-L$ 直列回路のベクトル図・ベクトル軌跡描画実験結果の波形図 D.47: $R-L$ 直列回路のベクトル図

図 D.46 は $R-L$ 直列回路の実験波形です。 (a) が電源電圧 v の周波数 $f = 10$ [kHz] の場合、 (b) が $f = 50$ [kHz] の場合です。 橙線がインダクタンス電圧 v_L 、紫線が抵抗電圧 v_R です。 筆者の実験では (a) $V_{Re} = 2.40$ [V], $V_{Le} = 1.54$ [V], (b) $V_{Re} = 0.92$ [V], $V_{Le} = 2.84$ [V] でした。 また、波形から v_R と v_L の位相差はほぼ $\pi/2$ です。 これらの値を元に描いたベクトル図を図 D.47 に示します。 大きさの比が実験結果の振幅の比に合うように描いてあります。

2. V ベクトルを基準ベクトルとして、 $f = 10, 20, 50$ [kHz] の3つの場合について、 V_R ベクトル終点の位置を $x-y$ 平面上にプロットせよ。

表 D.13 は、 $f = 10, 20, 50$ [kHz] の場合の V_R の実効値 V_{Re} 、 V_L の実効値 V_{Le} 、 V_R の V に対する位相差 $-\psi$ (反時計方向を正としています。) および V_R ベクトル終点の位置座標 (x, y) です。

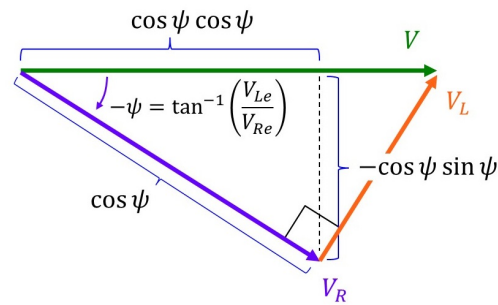
図 D.48 を参照して、 V_R の V に対する位相差 $-\psi$ は、

$$-\psi = \tan^{-1} \left(\frac{V_{Le}}{V_{Re}} \right) \quad (\text{D.70})$$

により得られます。 この位相差 $-\psi$ を基に、 V_R の終点の (x, y) 座標は、 まず、 V の大きさを 1 とす

表 D.13: $R-L$ 直列回路の計測データとベクトル終点位置

f [kHz]	V_{Re} [V]	V_{Le} [V]	ψ [°]	x	y
10	2.4	1.54	-32.7	0.708	-0.455
20	1.81	2.28	-51.6	0.387	-0.487
50	0.92	2.84	-72	0.095	-0.29

図 D.48: x, y 座標の計算

るので, V_R の大きさが

$$|V_R| = |V| \cos \psi = \cos \psi \quad (\text{D.71})$$

と得られ, これより,

$$\begin{aligned} x &= |V_R| \cos \psi = \cos \psi \cos \psi \\ y &= |V_R| \sin \psi = \cos \psi \sin \psi \end{aligned} \quad (\text{D.72})$$

と求められます. 表 D.13 に計算により得られた (x, y) 座標を示してあります.

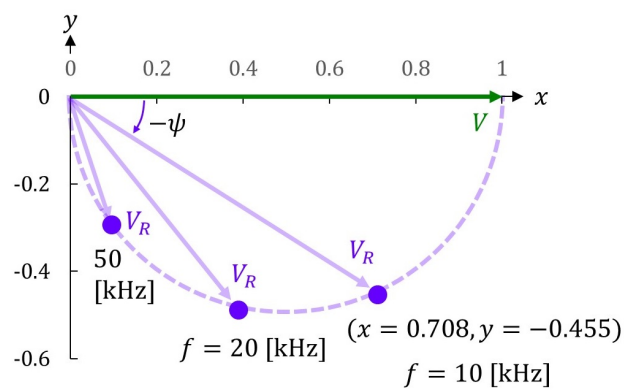
図 D.49: $R-L$ 直列回路の抵抗電圧 V_R のベクトル軌跡

図 D.49 は $f = 10, 20, 50$ [kHz] の各場合における V_R の終点位置です. V ベクトルを直径とする半円を破線で描いてあります. いずれの終点も半円上にあります.

- V_R ベクトル終点の位置が f とともに描く軌跡は V ベクトルを直径とする半円になることを示せ.

V , V_R , V_L からなる3角形において, V を底辺とします. 円周角の定理より, 底辺の対角が同じであれば, 対頂点はいずれも円周上にあります. この円周角が直角の場合, V は直径です.

(実験 5.5.1 へもどる.)

D.27 実験課題 5.6.1 解答 R-C 直列回路のベクトル図・ベクトル軌跡描画

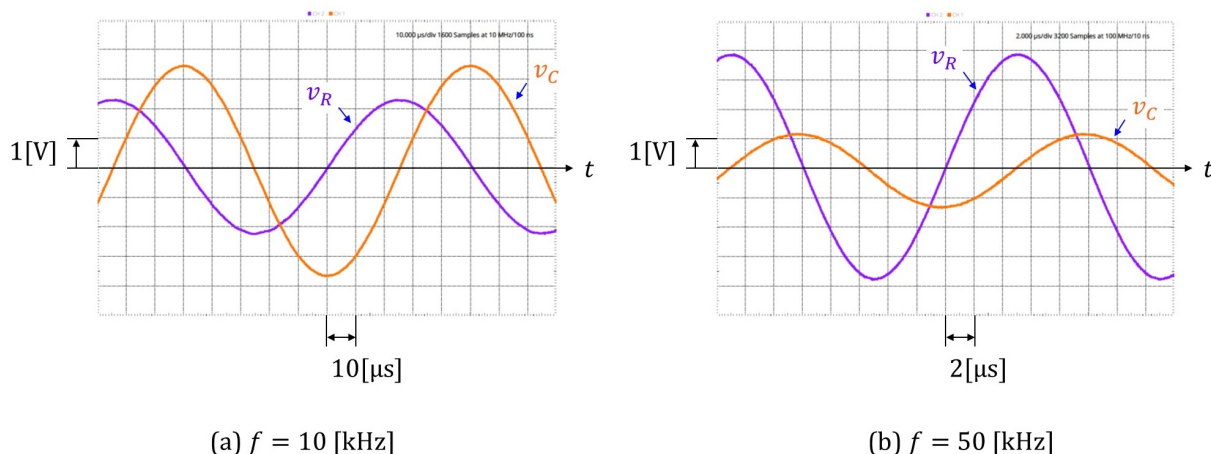


図 D.50: $R-C$ 直列回路のベクトル図・ベクトル軌跡描画実験結果の波形

1. $f = 10, 50$ [kHz] の場合について, ベクトル図を描画せよ. いずれの場合も, V_R ベクトルを基準ベクトルとして, $x-y$ 平面の x 軸の正の向きに同ベクトルの方向を合わせよ.

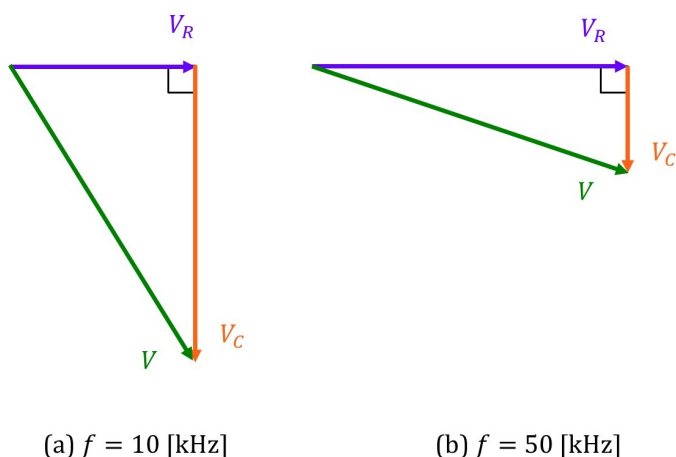


図 D.51: $R-C$ 直列回路のベクトル図

図 D.50 は $R-C$ 直列回路の実験波形です. (a) が電源電圧 v の周波数 $f = 10$ [kHz] の場合, (b) が $f = 50$ [kHz] の場合です. 橙線がキャパシタンス電圧 v_C , 紫線が抵抗電圧 v_R です. 筆者の実験では (a) $V_{Re} = 1.60$ [V], $V_{Ce} = 2.51$ [V], (b) $V_{Re} = 2.70$ [V], $V_{Ce} = 0.88$ [V] でした. また, 波形か

ら v_R と v_C の位相差はほぼ $\pi/2$ です. これらの値を元に描いたベクトル図を図 D.51 に示します. 大きさの比が実験結果の振幅の比に合うように描いてあります.

2. V ベクトルを基準ベクトルとして, $f = 10, 20, 50$ [kHz] の 3 つの場合について, V_R ベクトル終点の位置を $x - y$ 平面上にプロットせよ.

表 D.14: $R - C$ 直列回路の計測データとベクトル終点位置

f [kHz]	V_{Re} [V]	V_{Ce} [V]	ψ [°]	x	y
10	1.60	2.51	57.5	0.289	0.453
20	2.27	1.80	38.4	0.614	0.487
50	2.70	0.88	18	0.90	0.30

表 D.14 は $f = 10, 20, 50$ [kHz] の場合の V_R の実効値 V_{Re} , V_C の実効値 V_{Ce} , V_R の V に対する位相差 ψ および V_R ベクトル終点の位置座標 (x, y) です.

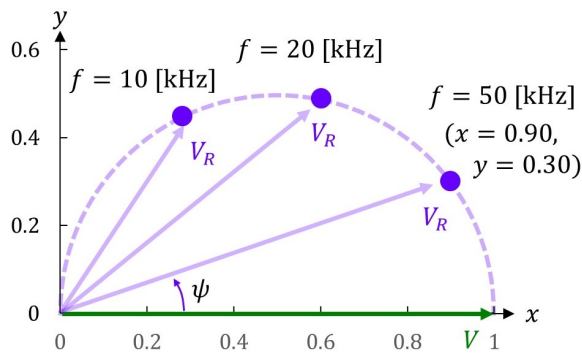
図 D.52: $R - C$ 直列回路の抵抗電圧 V_R のベクトル軌跡

図 D.52 は $f = 10, 20, 50$ [kHz] の各場合における V_R の終点位置です. V ベクトルを直径とする半円を破線で描いてあります. いずれの終点も半円上にあります.

(実験 5.6.1 へもどる.)

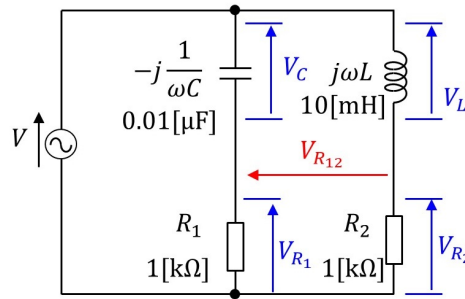
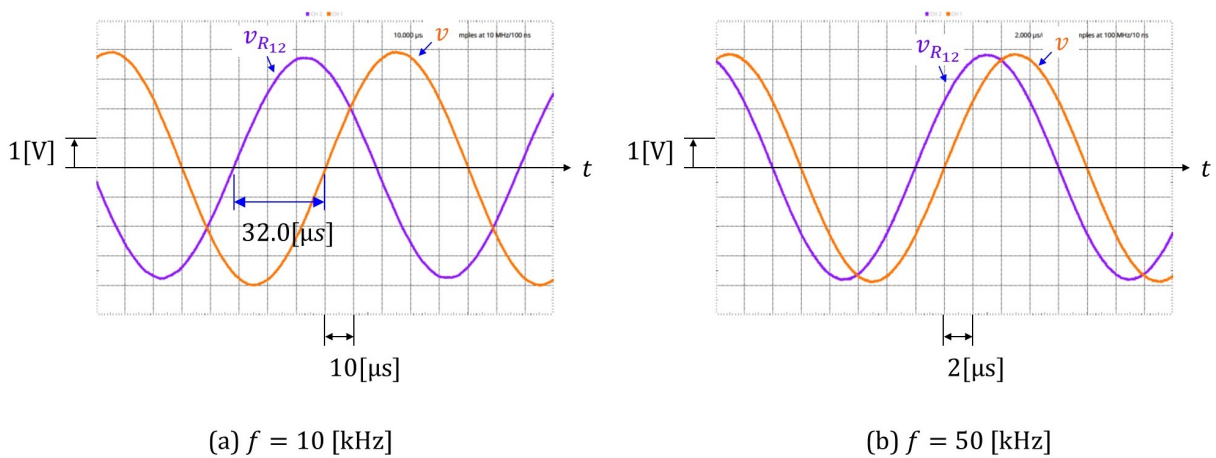
D.28 実験課題 5.6.2 解答 周波数 f に無関係に $|V_x| = (\text{一定})$ とする回路のベクトル図

1. $|V_x|$ を f に無関係に一定とする配置を示せ.

図 D.53 が正解の回路です.

2. 上の回路を作成し, f に無関係に $|V_x| = (\text{一定})$ となることを確認せよ. $f = 10, 50$ [kHz] の場合の波形を収録して示せ.

図 D.54 が収録した実験波形です. (a) が $f = 10$ [kHz] の場合, (b) が $f = 50$ [kHz] の場合です. 橙線が電源電圧 v , 紫線が各直列回路の中間点間の電圧 v_{R12} です. v_{R12} の振幅は v の振幅より少し低い

図 D.53: f に無関係に $|V_{R12}| = (\text{一定})$ とする回路図 D.54: f に無関係に $|V_{R12}| = (\text{一定})$ とする回路の実験波形

が、ほぼ f に無関係です。原理的には両振幅は一致します。誤差の主因はコイルの巻き線抵抗です。 v_{R12} の振幅は、リアクタンス ωL が大きい（巻き線抵抗が相対的に小さい） $f = 50$ [kHz] の場合の方が $f = 10$ [kHz] の場合より v に近く（誤差が小さく）なっています。

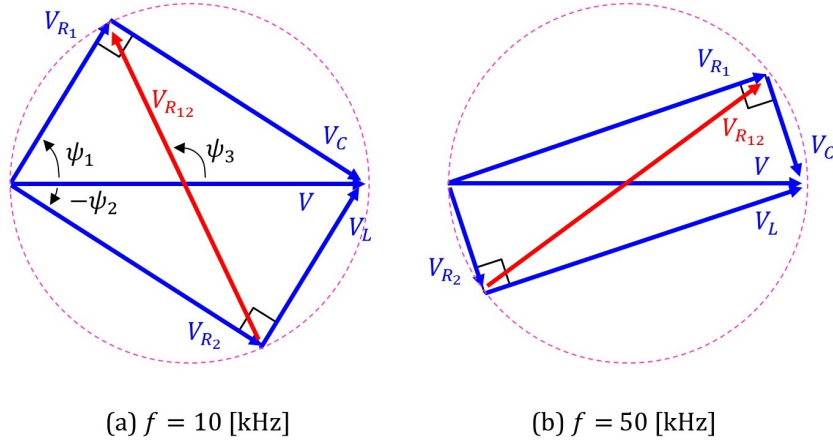
3. 上の回路において、 $f = 10, 50$ [kHz] の場合のベクトル図を描け。

図 D.55 がベクトル図です。 $f = 10$ [kHz] の場合について、作図手順を以下に示します。

- 図 D.48 を参照して、抵抗電圧 V_{R1}, V_{R2} の電源電圧 V に対する位相差 ψ_1, ψ_2 （反時計方向を正とします。）を計算します。

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \tan^{-1} \left(\frac{1}{\omega C R_1} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2 \times \pi \times 10^4 \times 10^{-8} \times 10^3} \right) = 57.9 [^\circ] \\ \psi_2 &= -\tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R_2} \right) = -\tan^{-1} \left(\frac{2 \times \pi \times 10^4 \times 0.01}{10^3} \right) = -32.1 [^\circ] \quad (\text{D.73})\end{aligned}$$

- $|V| = 1$ [V]（何 V でもよいです。）として、 V の方向を $x-y$ 平面の x 軸の正の向きに合わせ、 V の始点を $x-y$ 平面の原点にとります。そして、 V_{R1}, V_{R2} の座標 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を求めます。

図 D.55: f に無関係に $|V_{R12}| = (\text{一定})$ とする回路のベクトル図

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \cos \psi_1 \cos \psi_1 = 0.281 \\
 y_1 &= \cos \psi_1 \sin \psi_1 = 0.450 \\
 x_2 &= \cos \psi_2 \cos \psi_2 = 0.717 \\
 y_2 &= \cos \psi_2 \sin \psi_2 = -0.450
 \end{aligned} \tag{D.74}$$

V_{R12} と V の位相差 ψ_3 は

$$\psi_3 = \tan^{-1} \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 116 [^\circ] \tag{D.75}$$

です。図 D.54(a) の実験波形における位相差 $32.0 [\mu\text{s}] (115 [^\circ])$ と合っています。

4. $|V_x| = (\text{一定})$ となることを示せ。

$CR_1 = L/R_2$ のとき

$$\begin{aligned}
 \psi_1 - \psi_2 &= \tan^{-1} \left(\frac{1}{\omega CR_1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R_2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{R_2}{\omega L} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R_2} \right) \\
 &= 90 [^\circ] - \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R_2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R_2} \right) = 90 [^\circ]
 \end{aligned} \tag{D.76}$$

です。よって、図 D.55 において、 V_{R1} , V_C , V_L , V_{R2} からなる四角形は3つの内角が直角なので長方形です。長方形の対角線は V と V_{R12} です。 $|V| = (\text{一定})$ であれば、 $|V_{R12}| = (\text{一定})$ です。

(実験 5.6.2 へもどる.)

D.29 実験課題 6.2.1 解答 インダクタンスの瞬時電力計測

図 D.56(a) はインダクタンスの瞬時電力計測実験回路です。基準抵抗 $R_d = 1$ [k Ω]、インダクタンス $L = 10$ [mH] としました。

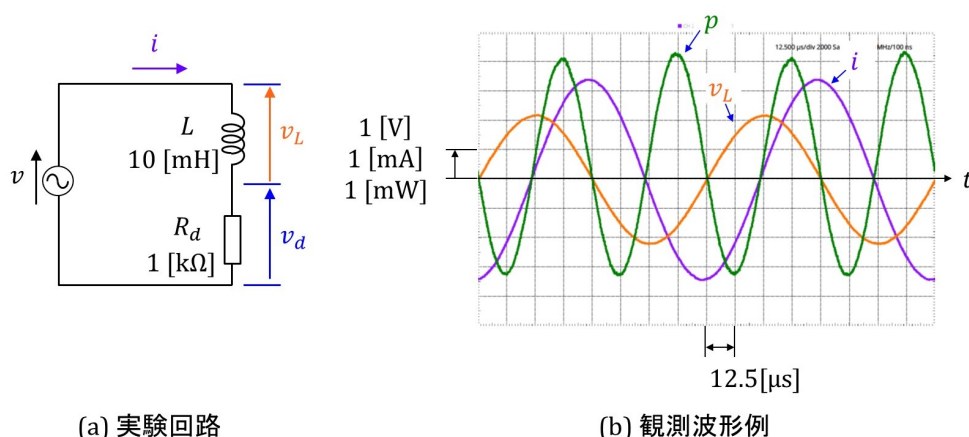


図 D.56: インダクタンスの瞬時電力計測実験の波形例

1. 周波数 $f = 10$ [kHz] として、コイル両端電圧 v_L 、電流 i 、瞬時電力 p の波形を収録せよ。

図 D.56(b) が観測波形例です。電流 i は (6.25) 式より、 v_d をオシロスコープ画面に表示して、縦軸を [mA] に換算しました。電力 p はオシロスコープの計算 (Math) 機能を使って

$$p = v_L \times v_d \quad (\text{D.77})$$

により得て、縦軸を [mW] に換算しました。縦軸はそれぞれ $v_L = 1$ [V/Div], $i = 1$ [mA/Div], $p = 1$ [mW/Div] です。図 6.17 と同様の波形を得ることができました。ただし、 p は巻き線抵抗による消費電力の影響で正負対称にはなりませんでした。

2. $f = 10, 20, 30, 40, 50$ [kHz] の各場合について、コイルの両端電圧 v_L の実効値 V_{Le} 、瞬時電力 p の振幅 P_{Lm} および平均値 $\bar{p}$ を求めよ。

表 D.15: インダクタンスの電力計測実験結果

f [kHz]	V_{Le} [V]	P_{Lm} [mVar]	P_{Lm}/V_{Le}^2	$1/\omega L$ (理論値)	$\bar{p}$ [mW]
10	1.54	2.4	1.55	1.59	0.44
20	2.28	1.81	0.80	0.80	0.25
30	2.59	1.39	0.54	0.53	0.13
40	2.75	1.11	0.40	0.40	0.06
50	2.83	0.91	0.32	0.32	0.02

表 D.15 はオシロスコープの計測 (Measure) 機能により計測したコイルの両端電圧 v_L の実効値 V_{Le} と瞬時電力 p の振幅 P_{Lm} 、平均値 $\bar{p}$ です。表には P_{Lm}/V_{Le}^2 を実測値から計算して載せてあります。また、 $L = 10$ [mH] として $1/\omega L$ を計算して載せてあります。 P_{Lm}/V_{Le}^2 を実測値、 $1/\omega L$ を理論値とします。

3. P_{Lm}/V_{Le}^2 を理論値と比較せよ。

図 D.57 は P_{Lm}/V_{Le}^2 の実測値と理論値です。両者は良く一致しました。

なお、表 D.15 の $\bar{p}$ は巻き線抵抗による消費電力です。Stats の Mean (設定 11) を使って測りました。

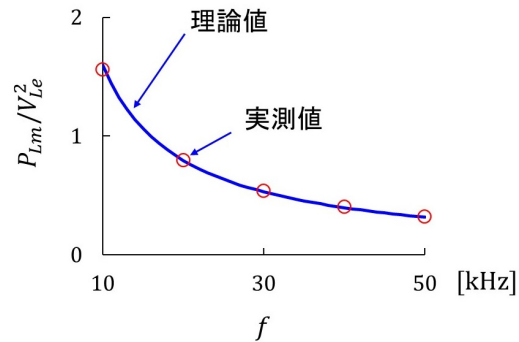


図 D.57: インダクタンスの電力規格化値

P_{Lm} の測定には Stats の AC RMS を利用して, p の直流成分 $\bar{p}$ (平均値) を除去した後に p の実効値を得て, その結果から振幅を計算しました. 巻き線抵抗による瞬時消費電力は大きさが一定ではないので, p から平均値 $\bar{p}$ を除去しても正確に瞬時消費電力を除去したことにはなりません. $\bar{p}$ が p 全体と比較して小さかったために, AC RMS 値により P_{Lm} の近似値を得ることができました. 消費電力 (有効電力) とインダクタンスを出入りする電力 (無効電力) の理論は 6.3 節にて解説します.

(実験 6.2.1 へもどる.)

D.30 実験課題 6.2.2 解答 キャパシタンスの瞬時電力計測

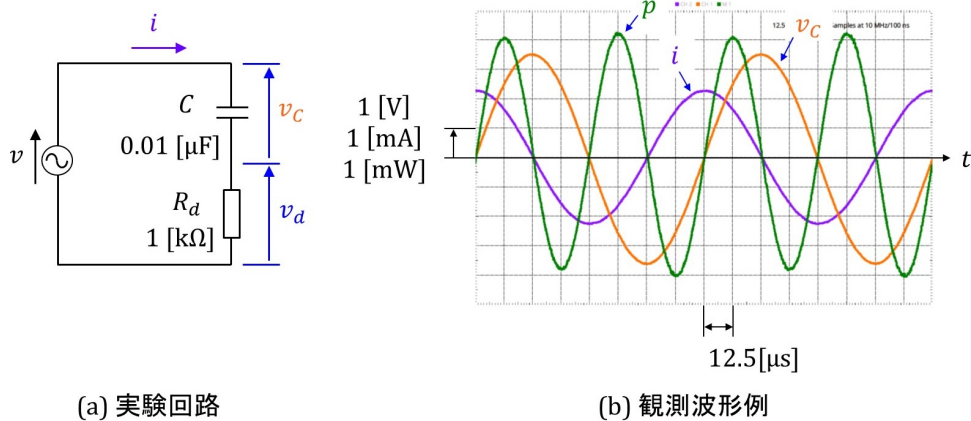


図 D.58: キャパシタンスの瞬時電力計測実験の波形例

図 D.58(a) はキャパシタンスの瞬時電力計測実験回路です. 基準抵抗 $R_d = 1$ [kΩ], キャパシタンス $C = 0.01$ [μF] としました.

1. 周波数 $f = 10$ [kHz] として, コンデンサ両端電圧 v_C , 電流 i , 瞬時電力 p の波形を収録せよ.

図 D.58(b) が観測波形例です. 図 6.18 と同様の波形を得ることができました. コンデンサの抵抗成分は小さいため, p はほぼ正負対称になりました.

2. $f = 10, 20, 30, 40, 50$ [kHz] の各場合について、コンデンサの両端電圧 v_C の実効値 V_{Ce} 、瞬時電力 p の振幅 P_{Cm} および平均値 $\bar{p}$ を求めよ。

表 D.16: キャパシタンスの電力計測結果

f [kHz]	V_{Ce} [V]	P_{Cm}/V_{Ce}^2	ωC (理論値)	$\bar{p}$ [mW]
10	2.40	0.64	0.63	0.10
20	1.72	1.27	1.26	0.18
30	1.28	1.88	1.88	0.21
40	1.01	2.50	2.51	0.22
50	0.83	3.12	3.14	0.22

表 D.16 は V_{Ce} , P_{Cm}/V_{Ce}^2 , $\bar{p}$ を示します。 P_{Cm}/V_{Ce}^2 は P_{Cm} と V_{Ce} の実測値から計算しました。また、 P_{Cm}/V_{Ce}^2 の理論式は (6.44) 式より、

$$\frac{P_{Cm}}{V_{Ce}^2} = \omega C \quad (\text{D.78})$$

です。 $C = 0.01$ [μF] として計算しました。

3. P_{Cm}/V_{Ce}^2 を理論値と比較せよ。

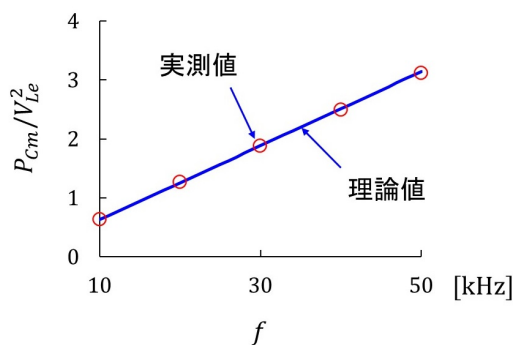


図 D.59: キャパシタンスの電力規格化値

図 D.59 は P_{Cm}/V_{Ce}^2 の実測値と理論値です。両者は良く一致しました。

なお、 $\bar{p}$ はコンデンサの抵抗成分による消費電力です。わずかな値が観測されました。

(実験 6.2.2 へもどる.)

D.31 実験課題 6.3.1 解答 R-L 負荷の電力計測

1. 周波数 $f = 10$ [kHz] として, 電源電圧 v , 電流 i , 瞬時電力 p , p_{act} , p_r の波形を収録せよ.

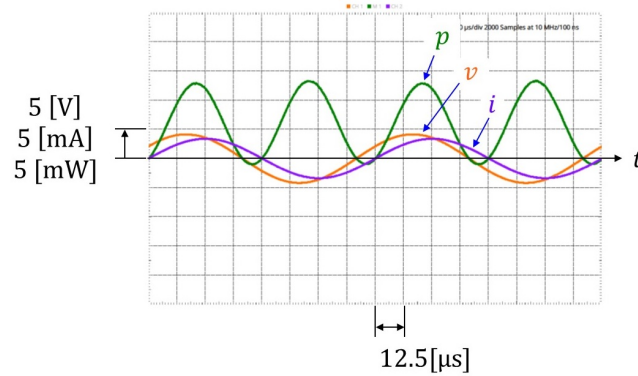


図 D.60: $R-L$ 負荷の電圧, 電流, 瞬時電力の波形例

図 D.60 は電源電圧 v , 電流 $i (= v_R/R)$ および瞬時電力 p です. 瞬時電力 $p = vi$ は計算 (Math) 機能により生成しました.

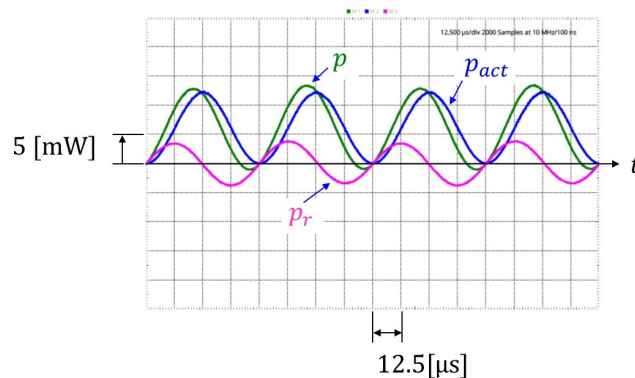


図 D.61: $R-L$ 負荷の瞬時電力 p , p_{act} , p_r の波形例

図 D.61 は, 瞬時電力 p , p_{act} , p_r の波形例です. オシロスコープの CH1 に電源電圧 v , CH2 に電流 i (抵抗 R の両端電圧) を入力します. 瞬時電力 p , p_{act} , p_r はオシロスコープの計算 (Math) 機能を使って, それぞれ $t0*t1$ ($p = vi$), $R*t1*t1$ ($p_{act} = Ri^2$), $t1*(t0-R*t1)$ ($p_r = vi - Ri^2$) により表示できます. 回路の抵抗は抵抗器の 1 [k Ω] とコイルの巻き線抵抗 $R_L = 60$ [Ω] があります. そこで, $R = 1.06$ としました. これにより, 各瞬時電力の単位は mW となります.

2. $f = 10, 20, 30, 40, 50$ [kHz] の各場合について, v の実効値 V_e , p の平均値 $\bar{p}$ および p_r の振幅 P_r をオシロスコープの計測 (Measure) 機能を利用して求めよ.

表 D.17 は筆者の結果です. V_e , $\bar{p}$, P_r が計測 (Measure) 機能を利用して得た結果です. P_r は Stats の中から AC RMS を利用しました. $\bar{p}/V_e^2$ と P_r/V_e^2 は実測値から計算しました.

3. $\bar{p}/V_e^2$, P_r/V_e^2 を理論値と比較せよ.

表 D.17: $R-L$ 負荷の電力 p , $\bar{p}$, P_r の実験結果

f [kHz]	V_e [V]	$\bar{p}$ [mW]	$\bar{p}/V_e^2$	P_r [mVar]	P_r/V_e^2
10	2.96	6.14	0.701	3.63	0.415
20	2.98	3.53	0.398	4.14	0.467
30	2.98	2.05	0.231	3.61	0.406
40	2.98	1.29	0.145	3.05	0.344
50	2.99	0.87	0.097	2.60	0.291

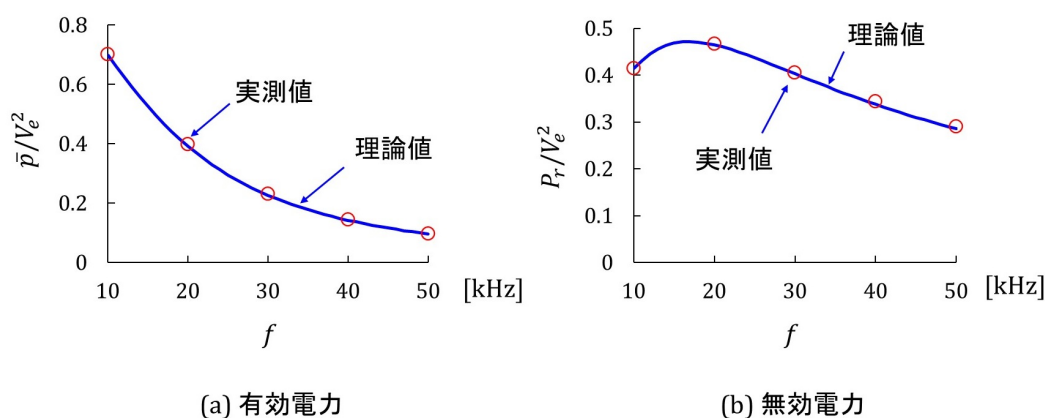
図 D.62: $R-L$ 負荷の有効電力, 無効電力の規格化値

図 D.62 は $\bar{p}/V_e^2$, P_r/V_e^2 と理論値を比較したグラフです。実測値は表 D.17 の値です。理論値は (6.56) 式を用いて, $R = 1.06[\text{k}\Omega]$, $L = 10 [\text{mH}]$ として計算しました。実測値と理論値は良く一致しました。

(実験 6.3.1 へもどる.)

D.32 実験課題 6.3.2 解答 $R-C$ 負荷の電力計測

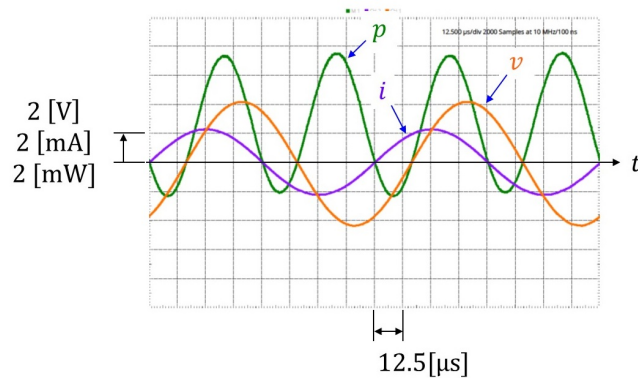
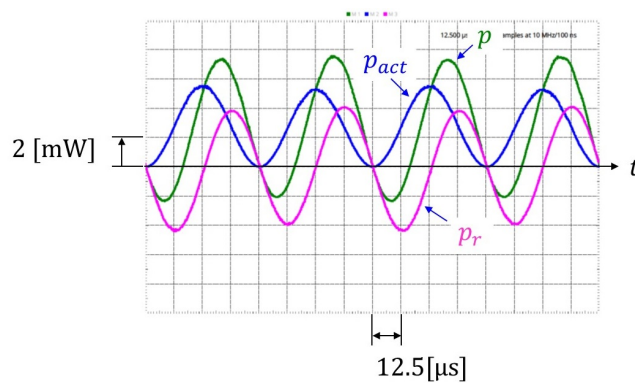
1. 電源電圧の振幅 $V_m = 4 [\text{V}]$ (ピーク - ピーク間電圧 $V_{p-p} = 8 [\text{V}]$), 周波数 $f = 10 [\text{kHz}]$ として, 電源電圧 v , 電流 i , 瞬時電力 p , p_{act} , p_r の波形を収録する。

図 D.63 は電源電圧 v , 電流 i および瞬時電力 p です。

図 D.64 は, 瞬時電力 p , p_{act} , p_r の波形例です。オシロスコープの CH1 に電源電圧 v , CH2 に電流 i (抵抗 R の両端電圧) を入力します。瞬時電力 p , p_{act} , p_r はオシロスコープの計算 (Math) 機能を使って, それぞれ $t0*t1$ ($p = vi$), $R*t1*t1$ ($p_{act} = Ri^2$), $t1*(t0-R*t1)$ ($p_r = vi - Ri^2$) により表示できます。回路の抵抗は抵抗器の $1 [\text{k}\Omega]$ とコンデンサの抵抗成分 $R_C = 20 [\Omega]$ がありますが, R_C は小さいので無視して, $R = 1$ としました。各瞬時電力の単位は mW です。

2. $f = 10, 20, 30, 40, 50 [\text{kHz}]$ の各場合について, v の実効値 V_e , p の平均値 $\bar{p}$ および p_r の振幅 P_r をオシロスコープの計測 (Measure) 機能を利用して求める。

表 D.18 は筆者の結果です。 V_e , $\bar{p}$, P_r が計測 (Measure) 機能を利用して得た結果です。 P_r は Stats の中から AC RMS を利用しました。

図 D.63: $R - C$ 負荷の電圧, 電流, 瞬時電力の波形例図 D.64: $R - C$ 負荷の瞬時電力 p , p_{act} , p_r の波形例

3. $\bar{p}/V_e^2$, P_r/V_e^2 を理論値と比較せよ.

図 D.65 は $\bar{p}/V_e^2$, P_r/V_e^2 と理論値を比較したグラフです. 実測値と理論値は良く一致しました.

(実験 6.3.2 へもどる.)

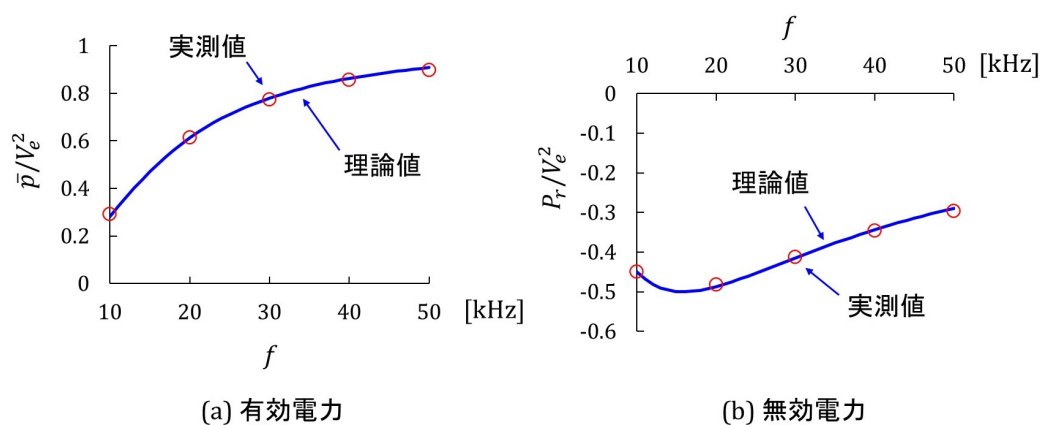
D.33 実験課題 7.2.1 解答 関数発生器 (Signal Generator) の内部抵抗計測実験

図 D.66 の回路で実験しました. スイッチ SW と抵抗 R を直列接続して W1 ピンと G ピン間に接続し, 1+ ピンを W1 ピンに, 1- ピンを G ピンにつないで, W1 ピンと G ピン間の電圧を計測しました. SW をオフにして抵抗 R を電源から切り離し, 電源の開放電圧 V_0 を測定しました. SW をオンにして電源に R を接続して, 電源の出力電圧 V を測定しました. 電圧の測定には電圧計 (Voltmeter) を用いました. スイッチ SW のオン/オフは抵抗器をブレッドボードに挿入/抜去することで代用しました.

関数発生器 (Signal Generator) の CH1 の $V_m = 4$ [V] ($V_{p-p} = 8$ [V]) とし, 周波数 $f = 1$ [kHz], 40 [kHz] で測定しました. もし, 内部インピーダンスが抵抗成分以外を持てば, 2 つの場合で結果がずれると予想されます.

表 D.18: $R-C$ 負荷の電力 p , $\bar{p}$, P_r の実験結果

f [kHz]	V_e [V]	$\bar{p}$ [mW]	$\bar{p}/V_e^2$	P_r [mVar]	P_r/V_e^2
10	2.88	2.43	0.29	-3.73	-0.45
20	2.81	4.84	0.61	-3.80	-0.48
30	2.76	5.89	0.77	-3.14	-0.41
40	2.74	6.43	0.86	-2.60	-0.35
50	2.73	6.69	0.90	-2.21	-0.30

図 D.65: $R-C$ 負荷の有効電力, 無効電力の規格化値

$f = 1$ kHz のとき $V_0 = 2.85$ [V], $V = 2.71$ [V]

$f = 40$ kHz のとき $V_0 = 2.87$ [V], $V = 2.73$ [V]

でした. 負荷抵抗 $R = 1$ [k Ω] なので, 内部抵抗 R_0 は

$$\begin{aligned}\frac{V}{V_0} &= \frac{R}{R_0 + R} \\ R_0 &= \frac{1 - \frac{V}{V_0}}{\frac{V}{V_0}}\end{aligned}\quad (\text{D.79})$$

より

$f = 1$ kHz のとき $R_0 = 51.7$ [Ω]

$f = 40$ kHz のとき $R_0 = 51.3$ [Ω]

と求まりました. 測定した周波数の範囲内では内部インピーダンスはほぼ抵抗成分のみと見なすことができ, その値は約 50 [Ω] でした.

(実験 7.2.1 へもどる.)

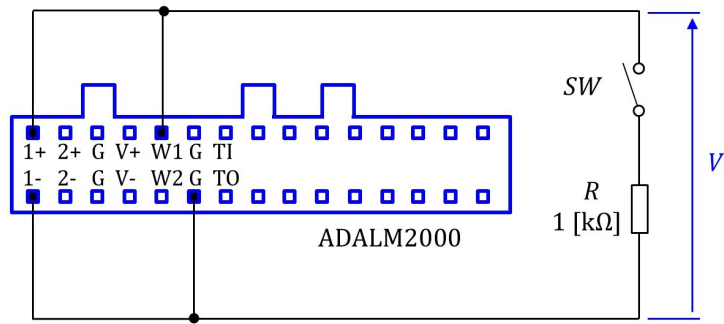


図 D.66: 関数発生器の内部抵抗測定用回路

D.34 実験課題 7.3.1 解答 節点解析法による回路解析

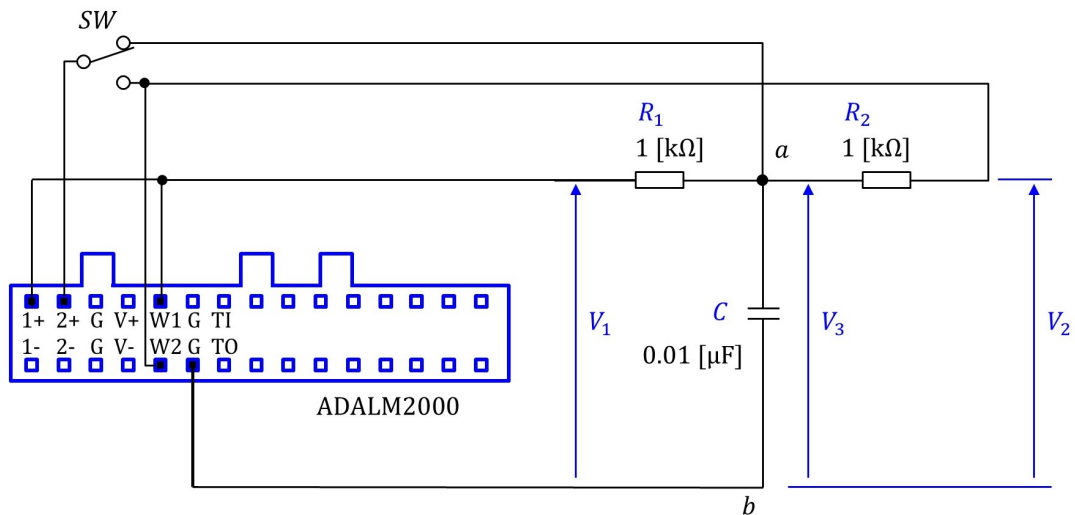


図 D.67: 節点解析法による回路解析実験回路の配線図

図 D.67 は ADALM2000 の関数発生器 (Signal Generator) により, W1 ピンから電圧 V_1 を与え, W2 ピンから V_2 を与え, 電圧計 (Voltmeter) により V_1 , V_2 , V_3 を計測する回路の配線図です. V_1 を 1+ ピンの入力とし, V_2 , V_3 をスイッチ SW により切り替えて 2+ ピンの入力とします. SW はジャンパーワイヤを挿し変えることで代用します.

図 D.68 は v_1 , v_3 の波形例です.

$$\begin{aligned} v_1 &= 4 \sin \omega t \text{ [V]} \\ v_2 &= 2 \sin \omega t \text{ [V]} \end{aligned} \quad (\text{D.80})$$

としました. 簡単のため v_1 と v_2 は同相としました. これら電圧を基準にすると, 複素数表示は

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{1e} = \frac{4}{\sqrt{2}} \text{ [V]} \\ V_2 &= V_{2e} = \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ [V]} \end{aligned} \quad (\text{D.81})$$

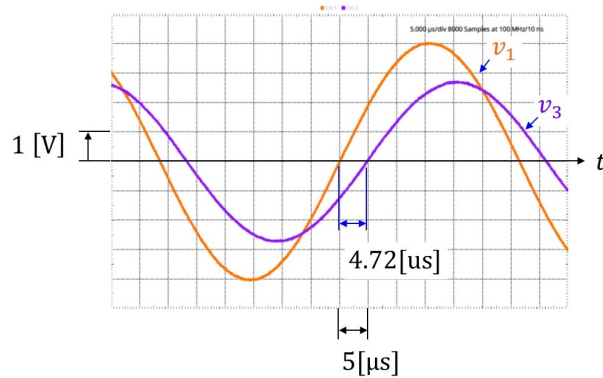


図 D.68: 節点解析法による回路解析実験波形例

となります。 V_{1e} , V_{2e} はそれぞれ V_1 , V_2 の実効値です。関数発生器の CH1 の $V_m = 4$ [V] ($V_{p-p} = 8$ [V]), Phase を 0 と設定し, CH2 の $V_m = 2$ [V] ($V_{p-p} = 4$ [V]), Phase を 0 と設定しました。また, 周波数 $f = 15.9$ [kHz] としました。

(7.16) 式において, $Z_1 = R_1$, $Z_2 = R_2$, $Z_3 = 1/(j\omega C)$ とすると

$$V_3 = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega C} \quad (\text{D.82})$$

です。 V_3 の実効値 V_{3e} と, V_3 の V_1 , V_2 に対する位相差 $\psi_{3-1,2}$ は,

$$V_{3e} = \frac{\frac{V_{1e}}{R_1} + \frac{V_{2e}}{R_2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^2 + (\omega C)^2}}$$

$$\psi_{3-1,2} = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega C}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}\right) \quad (\text{D.83})$$

と得られます。電圧計 (Voltmeter) による実測値は $V_{1e} = 2.86$, $V_{2e} = 1.47$ でした。これらの値と $R_1 = R_2 = 1$ [k Ω], $C = 0.01$ [μ F] を上式に代入すると

$$V_{3e} = \frac{V_{1e} + V_{2e}}{\sqrt{5}} = 1.94[\text{V}]$$

$$\psi_{3-1,2} = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = -26.6 [^\circ] \quad (\text{D.84})$$

と求まります。上式の値が理論から得られる値です。一方, V_{3e} , $\psi_{3-1,2}$ の実測値は

$$V_{3e} = 1.92[\text{V}]$$

$$\psi_{3-1,2} = -27.0 [^\circ]$$

でした。実測値は理論値とほぼ一致しました。

(実験 7.3.1 へもどる.)

D.35 実験課題 7.4.1 解答 定抵抗回路

閉路解析法を適用します。図 7.7 のように閉路電流 I_1 , I_2 , I_3 を定めます。各閉路にキルヒホッフの電圧則を適用すると

$$\begin{aligned} V &= \left\{ R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right\} I_1 + j \frac{1}{\omega C} I_2 - j \omega L I_3 \\ 0 &= j \frac{1}{\omega C} I_1 + \left\{ R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right\} I_2 - R I_3 \\ 0 &= -j \omega L I_1 - R I_2 + \left\{ R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right\} I_3 \end{aligned} \quad (\text{D.85})$$

となります。電流を求めると、

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) & j \frac{1}{\omega C} & -j \omega L \\ j \frac{1}{\omega C} & R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) & -R \\ -j \omega L & -R & R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.86})$$

です。よって、 I_1 は

$$I_1 = \frac{\left\{ R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right\}^2 - R^2}{\left\{ R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right\}^3 - 2 \frac{RL}{C} + \left\{ -R^2 + (\omega L)^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2 \right\} \left\{ R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right\}} V \quad (\text{D.87})$$

と求まります。式が長くて見にくいので $X_{LC} = \omega L - 1/(\omega C)$ とおいて上式を整理すると

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\{R + jX_{LC}\}^2 - R^2}{\{R + jX_{LC}\} \{j2RX_{LC} + 2\frac{L}{C}\} - 2\frac{RL}{C}} V = \frac{-X_{LC}^2 + j2RX_{LC}}{-2RX_{LC}^2 + j2X_{LC} \left(R^2 + \frac{L}{C} \right)} V \\ &= \frac{-X_{LC} + j2R}{-2RX_{LC} + j2 \left(R^2 + \frac{L}{C} \right)} V \end{aligned} \quad (\text{D.88})$$

と求まります。ここで

$$R^2 = \frac{L}{C} \quad (\text{D.89})$$

とすると

$$I_1 = \frac{-X_{LC} + j2R}{-2RX_{LC} + j4R^2} V = \frac{1}{2R} V \quad (\text{D.90})$$

となり、リアクタンスの項を消すことができます。電源から見た回路のインピーダンスを Z とすると

$$Z = \frac{V}{I_1} = 2R \quad (\text{D.91})$$

となります。 $a-b$ 間のインピーダンスを Z_{a-b} とすると

$$Z_{a-b} = R \quad (\text{D.92})$$

です。

$R = 1 \text{ [k}\Omega\text{]}, L = 10 \text{ [mH]}, C = 0.01 \text{ [}\mu\text{F]}$ とすると、(D.89) 式の条件を満たすことができます

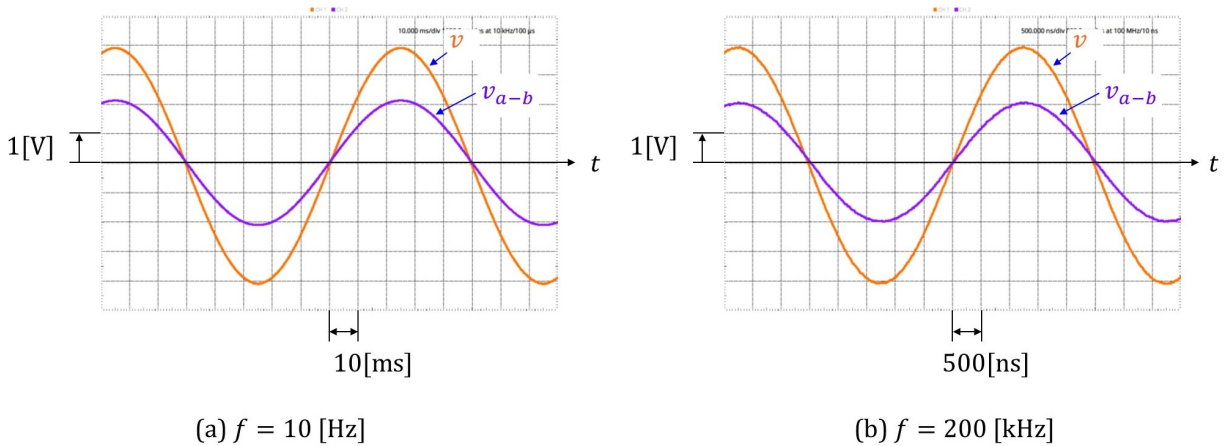


図 D.69: 定抵抗回路の実験波形例

図 D.69 は実験波形例です。電源電圧 v と $a-b$ 間電圧 v_{a-b} の波形です。(a) は電源電圧の周波数 $f = 10$ [Hz] のとき、(b) は $f = 200$ [kHz] のときです。広い周波数範囲にわたって v と v_{a-b} はほぼ同相です。また、

$$\frac{v_{a-b}}{v} \approx \frac{1}{2} \quad (\text{D.93})$$

です。

(実験 7.4.1 へもどる.)

D.36 実験課題 7.5.1 解答 重ねの理を利用した電圧計測実験

電圧 v_1, v_2 を

$$\begin{aligned} v_1 &= 4 \sin \omega t \\ v_2 &= 2 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.94})$$

とし、周波数 $f = 15.9$ [kHz] としました。

図 D.70 はそれぞれ $V_3, V_3^{(b)}, V_3^{(c)}$ の計測実験回路です。

$V_3, V_3^{(b)}, V_3^{(c)}$ を同時に測ることは ADALM2000 ではできないので、波形データを csv ファイルに保存して、 $V_3^{(b)}, V_3^{(c)}$ を合成して V_3 との比較を行いました。オシロスコープには波形データのファイル保存機能があります。以下の手順でファイル保存が行えます。

1. General Settings Panel を開く。

図 D.71 の General Settings ボタンを左クリックします。

2. Export All を on にする。

3. Export ボタンを左クリックする。

図 D.73 は保存された csv ファイル内のデータの抜粋です。

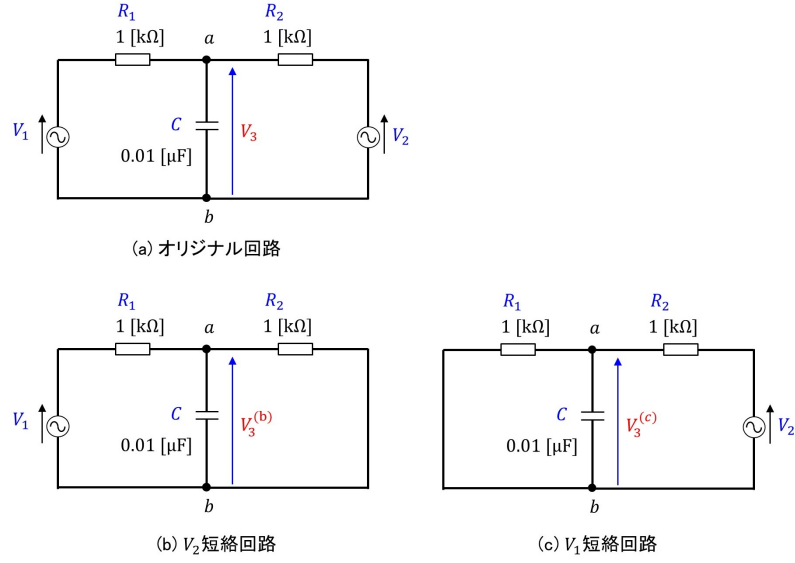


図 D.70: 重ねの理を利用した電圧計測実験回路

Excel を使って波形を描きました. 図 D.74(a) は $v_3^{(b)}$, $v_3^{(c)}$ と合成波形 $v_3^{(b)} + v_3^{(c)}$ を示し, (b) は $v_3^{(b)} + v_3^{(c)}$ と v_3 を示します. 桃線が v_1 , 緑線が $v_3^{(b)}$ と $v_3^{(c)}$, 赤線が $v_3^{(b)} + v_3^{(c)}$ です. 同図 (b) では青線により v_3 を描いてありますが, 赤線の $v_3^{(b)} + v_3^{(c)}$ と重なっているためにほとんど見えません. $v_3^{(b)} + v_3^{(c)}$ と v_3 がほぼ一致しました.

計算では

$$V_3^{(b)} = \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C}} V_1 = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + j\omega C R_1} V_1 \quad (\text{D.95})$$

となります. $R_1 = 1 \text{ [k}\Omega\text{]}$, $C = 0.01 \text{ [}\mu\text{F}\text{]}$, $f = 15.9 \text{ [kHz]}$ なので,

$$V_3^{(b)} = \frac{1}{2 + j} V_1 \quad (\text{D.96})$$

です.

また,

$$V_3^{(c)} = \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_1} + j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + j\omega C}} V_2 = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1} + j\omega C R_2} V_2 \quad (\text{D.97})$$

となります. $R_2 = 1 \text{ [k}\Omega\text{]}$, $C = 0.01 \text{ [}\mu\text{F}\text{]}$, $f = 15.9 \text{ [kHz]}$ なので,

$$V_3^{(c)} = \frac{1}{2 + j} V_2 \quad (\text{D.98})$$

です.

$V_3^{(b)}$ と $V_3^{(c)}$ の合成は

$$V_3^{(b)} + V_3^{(c)} = \frac{1}{2 + j} V_1 + \frac{1}{2 + j} V_2 = \frac{V_1 + V_2}{2 + j} \quad (\text{D.99})$$

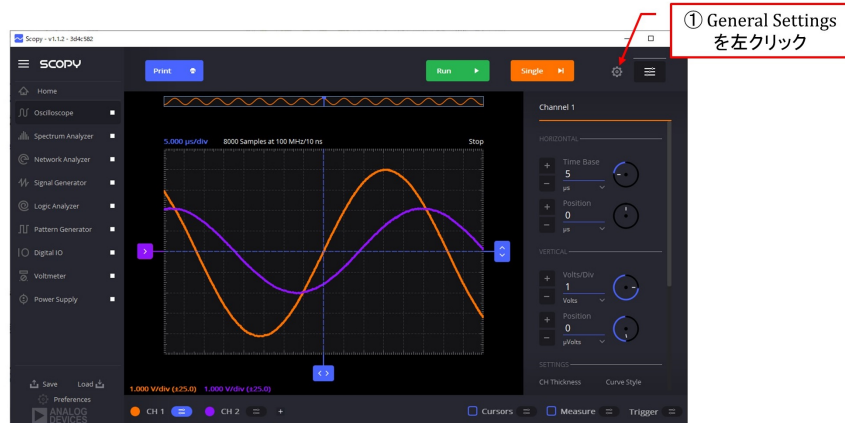


図 D.71: 波形データのファイル保存 (Export)

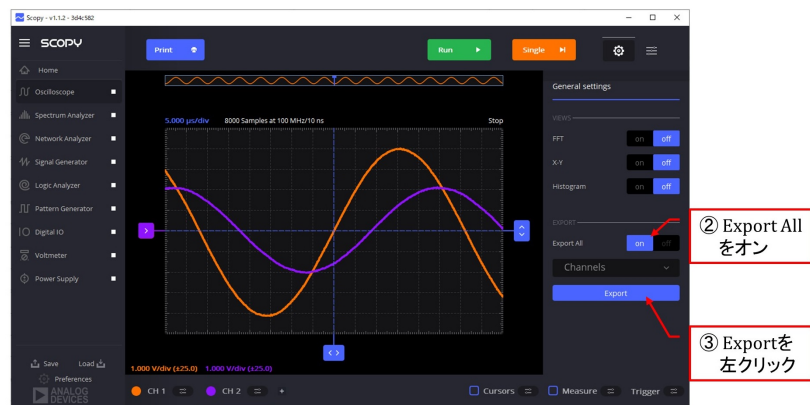


図 D.72: 波形データのファイル保存 (Export) (その2)

と得られます。

一方、(D.82) 式より

$$V_3 = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega C} \quad (\text{D.100})$$

であり、 $R_1 = R_2 = 1[\text{k}\Omega]$ 、 $C = 0.01 [\mu\text{F}]$ なので

$$V_3 = \frac{V_1 + V_2}{2 + j} \quad (\text{D.101})$$

と求まります。

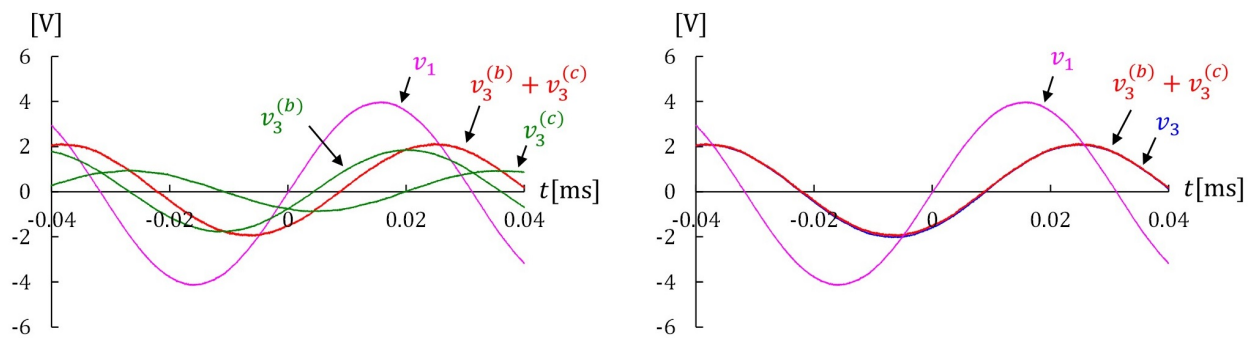
(実験 7.5.1 へもどる.)

D.37 実験課題 7.6.1 解答 鳳 - テブナンの定理を利用した電圧計測実験

図 D.75 は図 7.14 の回路の電源電圧 v と $a-b$ 端電圧 v_{ab} の波形例です。関数発生器 (Signal Generator) の CH1 を $V_m = 4 [\text{V}]$ ($V_{p-p} = 8 [\text{V}]$)、周波数 $f = 20 [\text{kHz}]$ に設定した例です。測定結果は

Sample	Time(S)	CH1(V)	CH2(V)
0	-4.00E-05	2.94542	2.03959
1	-4.00E-05	2.92983	2.05504
2	-4.00E-05	2.92983	2.07049
3	-4.00E-05	2.91425	2.03959
4	-4.00E-05	2.94542	2.03959
5	-4.00E-05	2.91425	2.03959
6	-3.99E-05	2.94542	2.03959
7	-3.99E-05	2.89867	2.02414
8	-3.99E-05	2.89867	2.03959

図 D.73: 波形データファイルの例

(a) $v_3^{(b)}$ と $v_3^{(c)}$ の波形合成(b) v_3 と $v_3^{(b)} + v_3^{(c)}$ の比較図 D.74: $v_3^{(b)}$ と $v_3^{(c)}$ の合成と v_3 との比較

$$V_e = 2.81 \text{ [V]}$$

$$V_{abe} = 1.19 \text{ [V]}$$

$$\psi_{ab-V} = -4.45 \text{ [\mu s]} \times 20000 \text{ [Hz]} \times 360^\circ = -32.0^\circ$$

でした。

図 D.76 は図 7.15(a) の電源電圧 v と $a-b$ 端開放電圧 v_0 の波形例です。測定結果は

$$V_e = 2.83 \text{ [V]}$$

$$V_{0e} = 1.41 \text{ [V]}$$

$$\psi_{0-V} = 0$$

でした。

図 7.15(b) の内部インピーダンスは

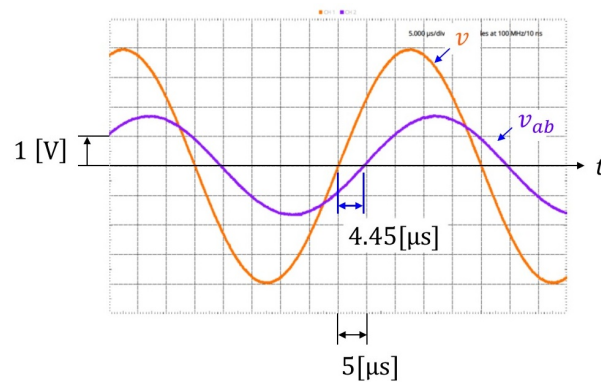


図 D.75: 図 7.14 の回路における電源電圧 v と $a-b$ 端電圧 v_{ab} 波形例

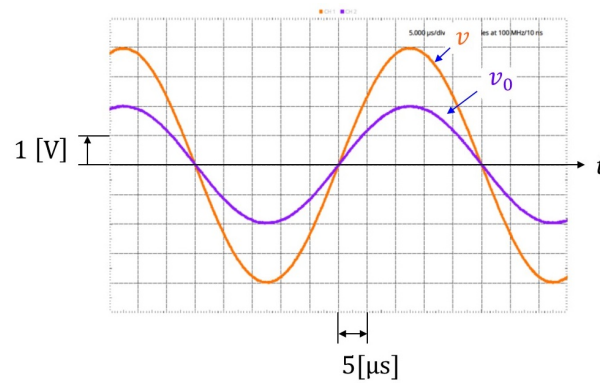


図 D.76: $a-b$ 端開放電圧 v_0

$$Z_0 = R_0 = 500 \text{ } [\Omega]$$

と計算されます。

図 D.77 は図 7.16 の等価回路における v_0 と v_{ab}^{eqv} の波形例です。 v_0 は関数発生器 (Signal Generator) の CH1 を利用して、 $V_m = 2 \text{ [V]}$ ($V_{p-p} = 4 \text{ [V]}$) と設定しました。 $Z_0 = R_0 = 500 \text{ } [\Omega]$ は $1 \text{ [k}\Omega]$ の抵抗を 2 個並列接続して用いました。 測定結果は

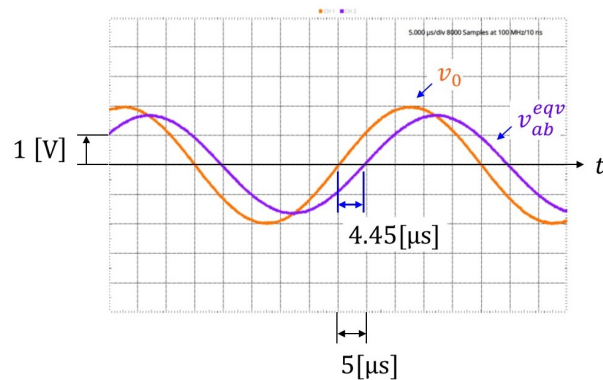
$$V_{0e} = 1.40 \text{ [V]}$$

$$V_{abe}^{eqv} = 1.18 \text{ [V]}$$

$$\psi_{ab^{eqv}-V_0} = -32.0 \text{ } [^\circ]$$

でした。 V_{ab}^{eqv} は V_{ab} とほぼ一致しました。

(実験 7.6.1 へもどる.)

図 D.77: 等価回路における v_0 と v_{ab}^{eqv} の波形例

D.38 実験課題 7.7.1 解答 ブリッジ回路のバランス条件と計測実験

(7.34) 式のバランス条件より

$$\begin{aligned} \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right)(R_4 + j\omega L_4) &= R_2 R_3 \\ R_1 R_4 + \frac{L_4}{C_1} + j\left(\omega L_4 R_1 - \frac{R_4}{\omega C_1}\right) &= R_2 R_3 \end{aligned} \quad (\text{D.102})$$

と得られます。両辺の実部同士、虚部同士が等しくなければならないので、バランス条件は

$$\begin{aligned} R_1 R_4 + \frac{L_4}{C_1} &= R_2 R_3 \\ \omega L_4 R_1 &= \frac{R_4}{\omega C_1} \end{aligned} \quad (\text{D.103})$$

です。

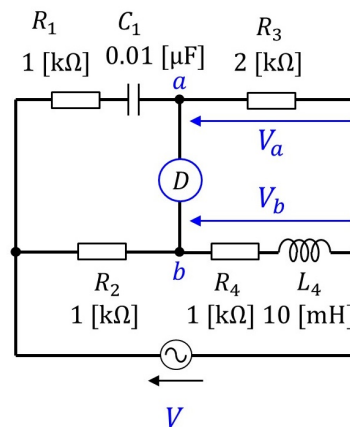


図 D.78: バランス条件を満たすブリッジ回路の例

図 D.78 は (D.103) 式の条件を満たす回路例です。電源電圧 V の周波数 $f = 15.9$ [kHz] とします。

図 D.79 は図 D.78 の電圧 v_a , v_b の波形です。両波形はほぼ一致しました。 $a - b$ 端子間の電圧がほぼ 0 なので、検流計 D の電流はほぼ 0 です。この回路がバランスしたことを確認できました。

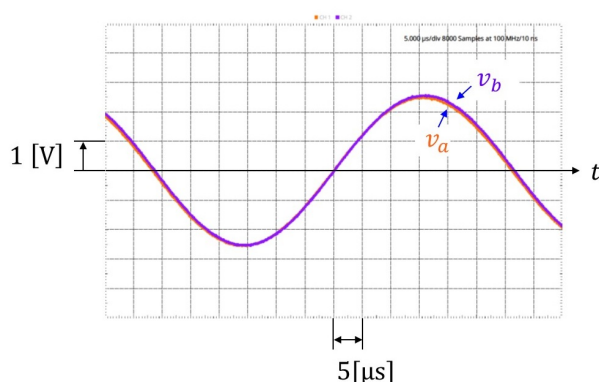


図 D.79: バランス条件を満たしたブリッジ回路の電圧波形

(実験 7.7.1 へもどる.)

D.39 実験課題 8.3.1 解答 $R-L$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性計測実験

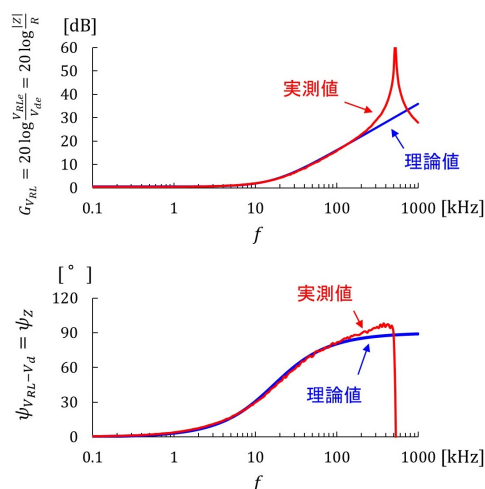
図 D.80: $R-L$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性

図 D.80 は $R-L$ 直列回路のインピーダンスの周波数特性です。上側がインピーダンスの大きさ、下側がインピーダンスの位相角の周波数特性です。いずれも赤線が実測値、青線が理論値です。100 [kHz] より低周波域で実測値は理論値とほぼ一致しました。

青線の理論式の導出は以下のとおりです。図 8.11 において、電流を I とすると

$$\begin{aligned} V_{RL} &= (R + j\omega L)I \\ V_d &= R_d I \end{aligned} \quad (\text{D.104})$$

です。よって、 V_{RL} と V_d の比は

$$\frac{V_{RL}}{V_d} = \frac{R + j\omega L}{R_d} \quad (\text{D.105})$$

となります。これより、電圧比 $G_{VRL} = 20 \log_{10} (V_{RL} / V_d)$ と位相差 ψ_{VRL-V_d} は

$$\begin{aligned} G_{VRL} &= 20 \log_{10} \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{R_d} = 20 \log_{10} \frac{|Z|}{R_d} \\ \psi_{VRL-V_d} &= \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} = \psi_Z \end{aligned} \quad (\text{D.106})$$

と求められます。なお、理論値の計算において、抵抗 R はコイルの巻き線抵抗を考慮して $1060 [\Omega]$ としました。

100 [kHz] を超えた周波数域で実測値は理論値と大きく違う特性を示しました。特に 500 [kHz] 辺りで電圧比 G_{VRL} に鋭い山が見られました。ピーク点では $V_{RL} \approx V$ 、 $V_d \approx 0$ でした。これは、ピーク点にて $R-L$ 直列回路のインピーダンスがとて大きくなっていたことを意味します。この現象は並列共振（9.4 節参照）で説明できます。コイルのインダクタンス L とコイルの寄生キャパシタンス C_s による並列共振です

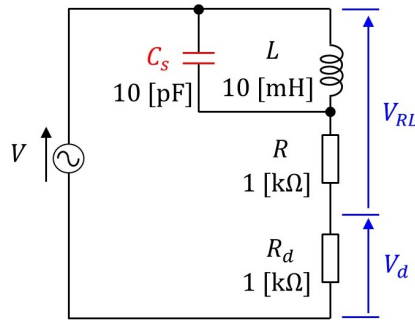


図 D.81: 寄生キャパシタンスを付加した $R-L$ 直列回路の等価回路

図 D.81 は図 8.11 の実験回路に寄生キャパシタンス C_s を付加した等価回路です。コイルは導線を巻いて作られています。導線同士の間には小さなキャパシタンスが分布しています。図 D.81 では C_s を集中定数で表してあります。 C_s と L による共振周波数 f_r は (9.33) 式より

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_s}} \quad (\text{D.107})$$

です。筆者の実験では、 $f_r \approx 500$ [kHz] でした。 $L = 10$ [mH] として、上式より $C_s \approx 10$ [pF] と得られます。

(実験 8.3.1 へもどる。)

D.40 実験課題 8.3.2 解答 $R-C$ 直列回路のキャパシタンス電圧の周波数特性計測実験

キャパシタンス電圧 V_C は

$$V_C = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} V = \frac{1}{1 + j\omega CR} V \quad (\text{D.108})$$

となります。これより、 V_C と V の実効値の比 V_{Ce}/V_e と V_C の V に対する位相差 ψ_{V_C-V} は

$$\begin{aligned}\frac{V_{Ce}}{V_e} &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} \\ \psi_{V_C-V} &= -\tan^{-1} \omega CR\end{aligned}\tag{D.109}$$

です。

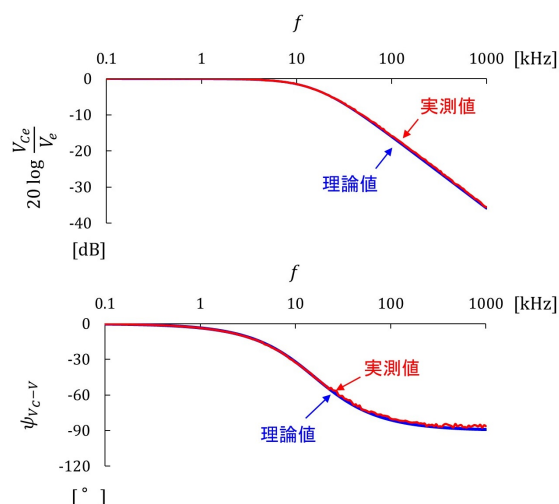


図 D.82: $R - C$ 直列回路のキャパシタンス電圧の周波数特性

図 D.82 は実験結果です。(D.109) 式を用いた理論値を重ねて描いてあります。両者はよく一致しました。

(実験 8.3.2 へもどる.)

D.41 実験課題 9.3.1 解答 $R - L - C$ 直列回路のキャパシタンス電圧周波数特性の計測実験

図 D.83 はキャパシタンス電圧周波数特性実験の結果です。赤線が実測値、青線が理論値です。理論値は、(9.31) 式、(9.32) 式にて、 $R = 80 [\Omega]$, $L = 10 [\text{mH}]$, $C = 0.01 [\mu\text{F}]$ として計算しました。両者はよく一致しました。

ネットワークアナライザ設定の詳細は 8.3 節および付録の B.6 節を参照してください。ここでは共振回路の周波数特性計測に必要な設定について述べます。図 D.84 はネットワークアナライザの設定画面です。以下の手順で設定を進めます。

1. Network Analyzer を左クリック
2. Settings Menu Button を左クリック
3. REFERENCE に Channel 1 を選択

W1 の基準信号を 1+ (CH1) ピンの入力としたので、この選択をします。

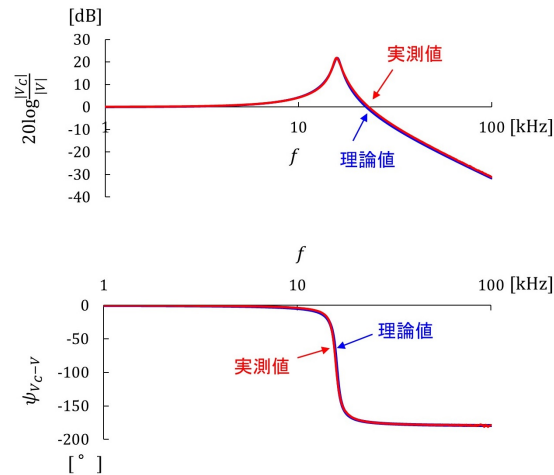
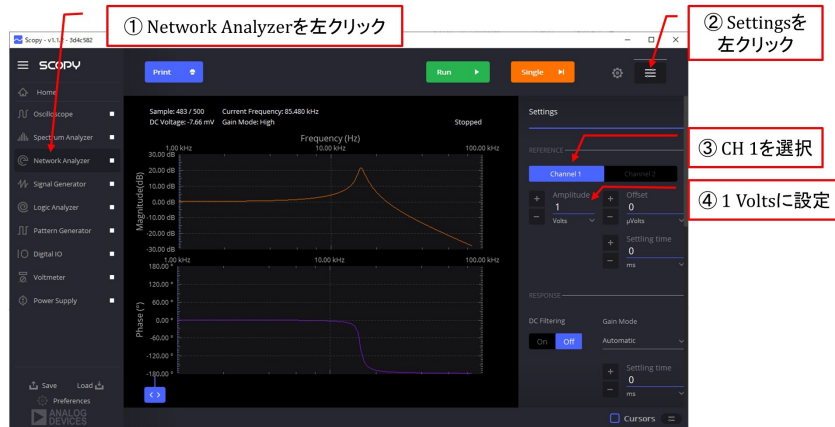
図 D.83: $R-L-C$ 直列回路のキャパシタンス電圧周波数特性実験結果

図 D.84: ネットワークアナライザの設定 1

4. Amplitude を 1 Volts に設定

(9.28) 式につづく段落に述べたように、キャパシタンス電圧が大きくなるとキャパシタンスが大きくなります。そこで、共振回路への印加電圧を低く設定します。

図 D.85 は ADALM2000 と $R-L-C$ 回路との立体配線図です。
(実験 9.3.1 へもどる.)

D.42 実験課題 9.3.2 解答 コイルとコンデンサ直列回路のインダクタンス電圧周波数特性計測実験

図 D.86 はインダクタンス電圧周波数特性の実測値と演習 9.3.1 の理論値です。上側が電圧比 G_{VL} ，下側が位相差 ψ_{VL-V} です。赤線が実測値，青線が理論値です。演習 9.3.1 では $R = 80[\Omega]$ なので、 V_{RL} が無いことを除き、本実験の回路と等価です。実測値は低周波域で理論値からずれました。低周波域では ωL が小さくなり、相対的に R_L が大きくなるのが原因です。

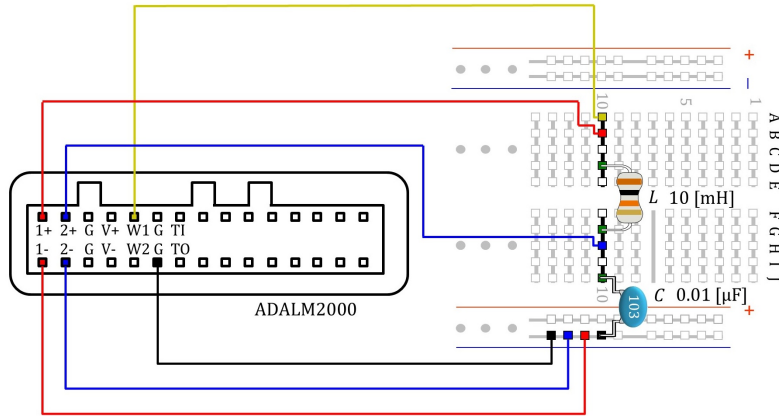
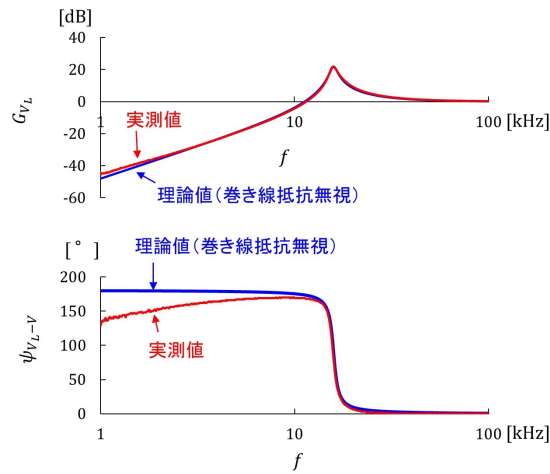


図 D.85: キャパシタンス電圧周波数特性実験回路の立体配線図

図 D.86: コイルとコンデンサ直列回路のインダクタンス電圧の周波数特性（理論値にて V_{R_L} を無視）

R_L , R_C を含む理論式の導出は以下のとおりです。図 9.15 の等価回路において、回路電流を I とすると、電源電圧 V 、コイルの両端電圧 V_L は (4.79) 式, (4.71) 式より,

$$\begin{aligned} V &= \left\{ R_L + R_C + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right\} I \\ V_L &= (R + j\omega L)I \end{aligned} \quad (\text{D.110})$$

です。ネットワークアナライザにより計測できるのは V_L です。 V_L と V の電圧比 G_{V_L} と位相差 ψ_{V_L-V} の周波数特性は

$$G_{V_L} = 20 \log_{10} \frac{V_{L_e}}{V_e} = 20 \log_{10} \frac{\sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{(R_L + R_C)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \quad (\text{D.111})$$

$$\psi_{V_L-V} = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R_L} - \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_L + R_C} \quad (\text{D.112})$$

と得られます。

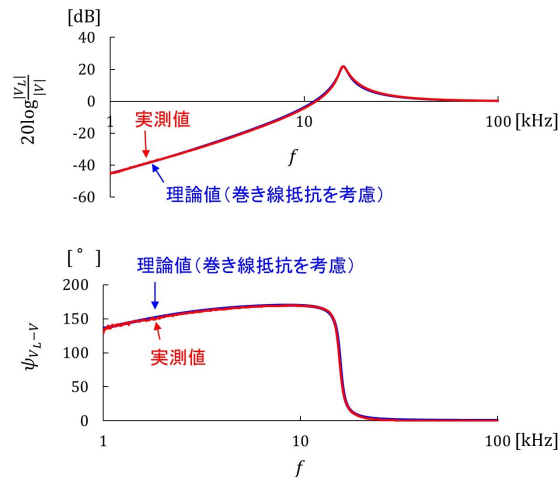


図 D.87: コイルとコンデンサ直列回路のインダクタンス電圧の周波数特性（理論値にて V_{RL} を考慮）

図 D.87 は理論値にて V_{RL} を考慮した場合のインダクタンス電圧周波数特性です。理論値は、(D.111) 式、(D.112) 式に $R_L + R_C = 80 \text{ } [\Omega]$, $L = 10 \text{ } [\text{mH}]$, $C = 0.01 \text{ } [\mu\text{F}]$ を入れて計算しました。

（実験 9.3.2 へもどる。）

D.43 実験課題 9.5.1 解答 $R-L-C$ 並列回路の周波数特性

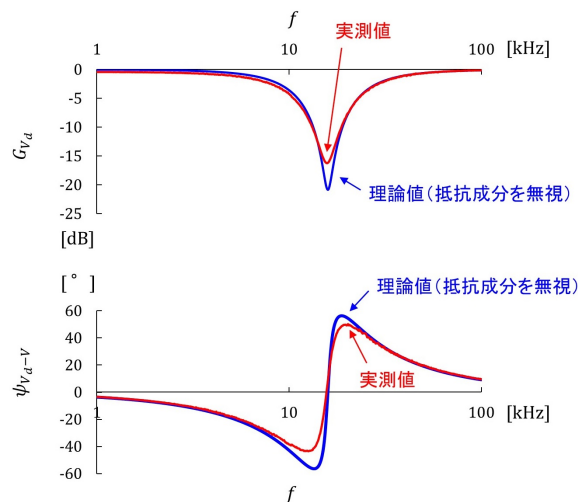


図 D.88: $R-L-C$ 並列の周波数特性（実測値と抵抗成分を無視した理論値）

図 D.88 は電圧比 G_{V_d} と位相差 ψ_{V_d-V} の周波数特性です。赤線が実測値、青線が理論値です。理論値は (C.135) 式および (C.136) 式によります。

（実験 9.5.1 へもどる。）

D.44 実験課題 10.1.1 解答 誘起電圧 v_2 の計測実験

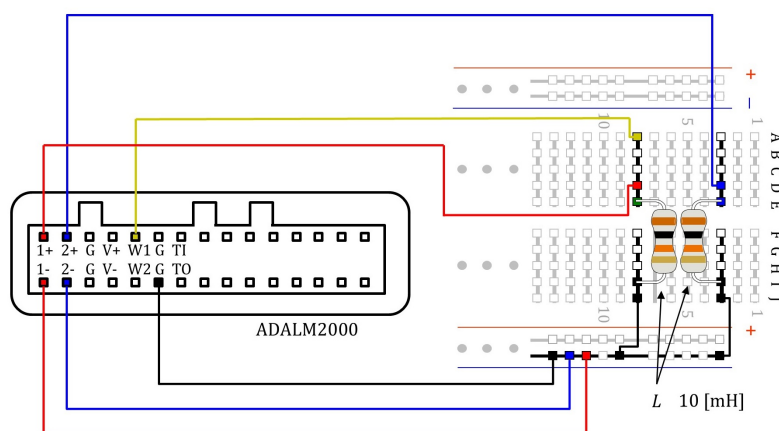


図 D.89: 相互インダクタンスの誘起電圧 v_2 計測実験用回路 (立体配線図)

図 D.89 は相互インダクタンスの誘起電圧 v_2 の計測実験用回路です。左側のコイルに正弦波電圧を印加して、その電圧 v_1 を 1+ ピンに入力します。右側のコイルの誘起電圧 v_2 を 2+ ピンに入力します。

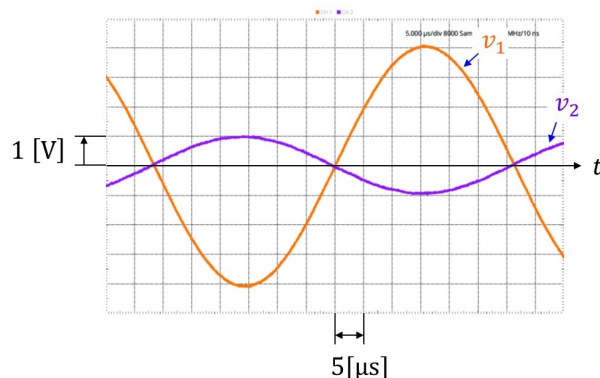


図 D.90: 相互インダクタンスの誘起電圧 v_2 計測実験結果

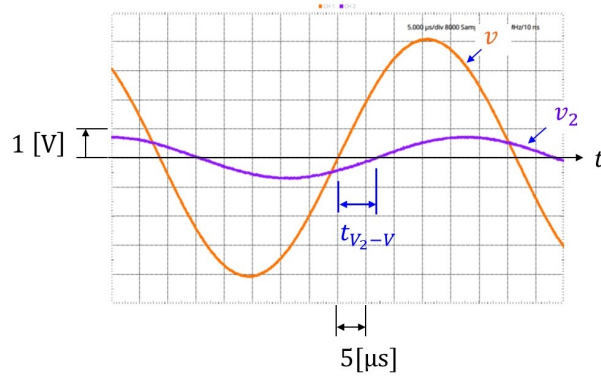
図 D.90 は実験結果です。印加電圧の振幅 $V_m = 4$ [V] ($V_{p-p} = 8$ [V]) としました。橙線が v_1 、紫線が v_2 です。 v_2 が v_1 に対してほぼ 180° ずれています。実効値は、筆者の実験では $V_{1e} = 2.90$ [V], $V_{2e} = 0.73$ [V] でした。

(10.3) 式, (10.6) 式より, 相互インダクタンス M は

$$M = L \frac{v_2}{v_1} = L \frac{V_{2e}}{V_{1e}} = 11[\text{mH}] \times \frac{0.73}{2.90} = 2.8[\text{mH}] \quad (\text{D.113})$$

と得られます。

(実験 10.1.1 へもどる.)

図 D.91: 負荷 R を接続した変成器の v_2 波形

D.45 実験課題 10.2.1 解答 負荷 R を接続した変成器の V_2 計測実験

図 D.91 は実験結果の波形例です. 筆者の実験では $V_e = 2.90$ [V], $V_{2e} = 0.50$ [V] でした. これより,

$$\frac{V_{2e}}{V_e} = 0.17. \quad (\text{D.114})$$

また, v_2 の v に対する位相差を ψ_{V_2-V} とすると, 時間差 t_{V_2-V} の計測結果より

$$\psi_{V_2-V} = -39.7[^\circ] \quad (\text{D.115})$$

でした.

(C.152) 式において $Z = R$ とおくと

$$V_2 = \frac{-j\omega MR}{\omega^2(L_1L_2 - M^2) - j\omega L_1R} V \quad (\text{D.116})$$

となります. $f = 15.9$ [kHz], $L_1 = L_2 = 11$ [mH], $M = 2.8$ [mH], $R = 1$ [k Ω] を入れると

$$\begin{aligned} \omega MR &= 2 \times \pi \times 15.9 \times 10^3 \times 2.8 \times 10^{-3} \times 10^3 = 280[\text{k}\Omega] \\ \omega^2(L_1L_2 - M^2) &= (2 \times \pi \times 15.9 \times 10^3)^2 \times (0.011^2 - (2.8 \times 10^{-3})^2) = 1130[\text{k}\Omega] \\ \omega L_1R &= 2 \times \pi \times 15.9 \times 10^3 \times 0.011 \times 10^3 = 1100[\text{k}\Omega] \end{aligned} \quad (\text{D.117})$$

より,

$$\frac{|V_2|}{|V|} = \frac{280}{\sqrt{1130^2 + 1100^2}} = 0.18 \quad (\text{D.118})$$

$$\psi_{V_2-V} = -\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \frac{1100}{1130} = -45.8[^\circ] \quad (\text{D.119})$$

と得られました.

(実験 10.2.1 へもどる.)

表 D.19: コイルの直列接続の実験結果

	共振周波数 (実測値)[kHz]	L(実測値より) [mH]	L(理論値) [mH]
(a)	18350	16	16
(b)	16660	19	20
(c)	13960	28	28

D.46 実験課題 10.4.1 解答 変成器のコイルを直列接続した場合の合成インダクタンス計測実験

表 D.19 に結果をまとめました．合成インダクタンス L （実測値より）は，共振周波数の実測値とキャパシタンス $C = 0.0047$ [μF] から計算しました． L の理論値は， $L_1 = L_2 = 11$ [mH]， $M = 2.8$ [mH] とし，(a) $L_1 + L_2 - 2M$ ，(b) $L_1 + L_2$ ，(c) $L_1 + L_2 + 2M$ の値を計算しました．合成インダクタンスの実測値と理論値はほぼ一致しました．

（実験 10.4.1 へもどる．）

D.47 実験課題 10.4.2 解答 抵抗 R の両端電圧を 0 [V] とする条件

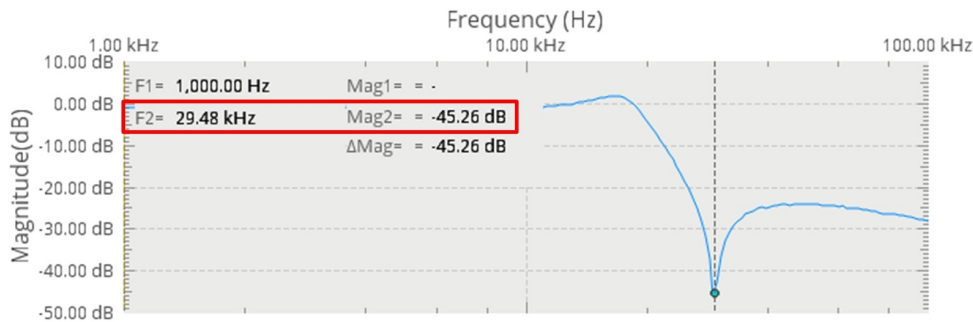
図 D.92: 抵抗 R の両端電圧 V_R の周波数特性

図 D.92 は抵抗 R の両端電圧 V_R の周波数特性です． $f = 29.48$ [kHz] にて V_R は約 -45 [dB] です．10 [kHz] 以下の領域では $V_R = 0$ [dB] なので，この値と比較すると

$$\begin{aligned}
 -45[\text{dB}] &= 20 \log_{10} \left(\frac{V_{Re}(29.48[\text{kHz}])}{V_{Re}(1[\text{kHz}])} \right) \\
 \frac{V_{Re}(29.48[\text{kHz}])}{V_{Re}(1[\text{kHz}])} &= 10^{-45/20} \\
 &= 0.0056
 \end{aligned} \tag{D.120}$$

です．すなわち， $f = 29.48$ [kHz] にて $V_R \approx 0$ [V] です．

図 D.93 において以下の式が成立します．

$$\begin{aligned}
 V &= j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 + V_3 \\
 V_R &= j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 + V_3
 \end{aligned} \tag{D.121}$$

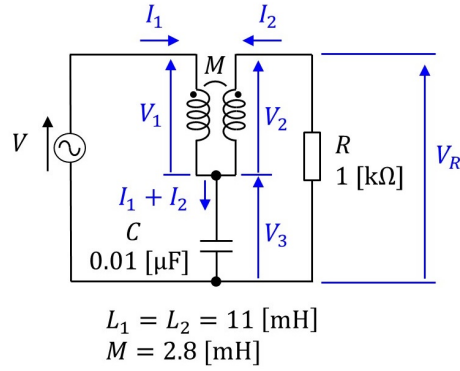


図 D.93: 変成器, コンデンサ, 抵抗の組み合わせ回路 2

$$\begin{aligned} V_R &= -RI_2 \\ V_3 &= \frac{1}{j\omega C}(I_1 + I_2) \end{aligned} \quad (\text{D.122})$$

上式を (D.121) 式に代入して, 行列形式に表すと

$$\begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C} & j\omega M - j\frac{1}{\omega C} \\ j\omega M - j\frac{1}{\omega C} & R + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (\text{D.123})$$

です. これより, I_2 が

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{-j(\omega M - \frac{1}{\omega C})}{j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C})(R + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C}) + (\omega M - \frac{1}{\omega C})^2} V \\ &= \frac{-(\omega M - \frac{1}{\omega C})}{R(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}) + j\left\{(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C})(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}) - (\omega M - \frac{1}{\omega C})^2\right\}} V \\ &= \frac{-(\omega M - \frac{1}{\omega C})}{R(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}) + j\left\{\omega^2(L_1 L_2 - M^2) - \frac{L_1 + L_2 - 2M}{C}\right\}} V \end{aligned} \quad (\text{D.124})$$

と求まります. よって,

$$V_R = -RI_2 = \frac{R(\omega M - \frac{1}{\omega C})}{R(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}) + j\left\{\omega^2(L_1 L_2 - M^2) - \frac{L_1 + L_2 - 2M}{C}\right\}} V \quad (\text{D.125})$$

が得られました. $V_R = 0$ とする条件は, 上式より,

$$\omega M = \frac{1}{\omega C} \quad (\text{D.126})$$

です. この条件が成立する周波数は

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{MC}} \quad (\text{D.127})$$

と求まります.

$C = 0.01 \text{ [}\mu\text{F]}, M = 2.8 \text{ [mH]}$ なので,

$$f = 30 \text{ [kHz]} \quad (\text{D.128})$$

です.

(実験 10.4.2 へもどる.)

D.48 実験課題 11.3.1 解答 非反転増幅回路の計測実験

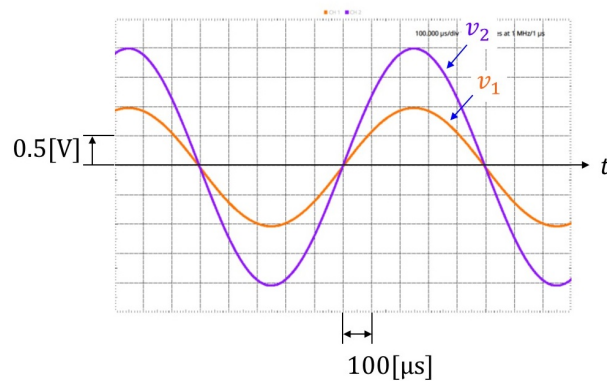


図 D.94: 非反転増幅回路の入出力波形例

図 D.94 は非反転増幅回路の入出力波形例です。 $R_1 = R_2 = 10 \text{ [k}\Omega\text{]}$ のとき、増幅度 A_v の理論値は

$$A_v = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 2 \quad (\text{D.129})$$

です。 v_1 , v_2 の実効値は、 $V_{1e} = 0.710 \text{ [V]}$, $V_{2e} = 1.426 \text{ [V]}$ でした。これより実測値 $A_v = 2.01$ でした。

(実験 11.3.1 へもどる。)

D.49 実験課題 11.4.1 解答 加算回路の計測実験

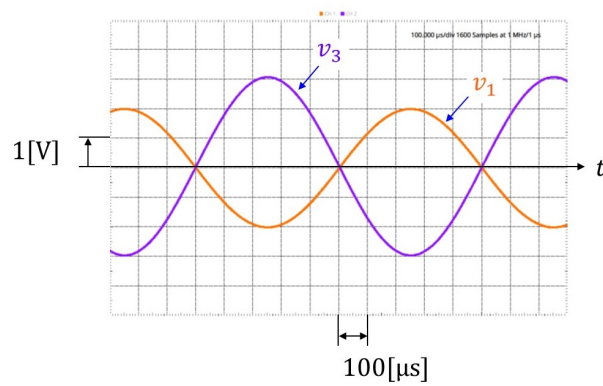


図 D.95: 加算回路 ($v_1 = 2 \sin \omega t$, $v_2 = \sin \omega t$)

1. 図 D.95 に,

$$\begin{aligned} v_1 &= 2 \sin \omega t \\ v_2 &= \sin \omega t \end{aligned} \quad (\text{D.130})$$

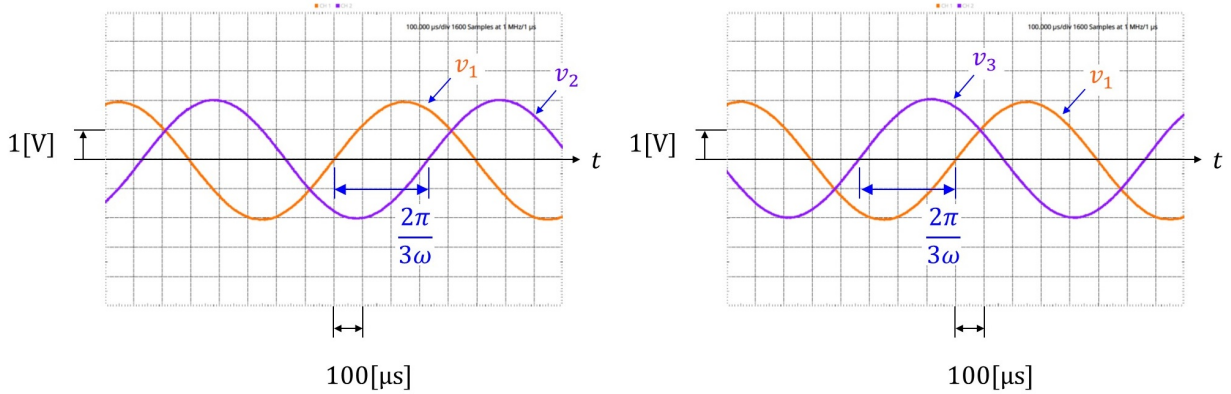
の場合の波形例を示します。加算回路の出力は (11.13) 式より, $R_1 = R_2 = R_3$ なので

$$v_3 = -(v_1 + v_2) = -2 \sin \omega t - \sin \omega t = -3 \sin \omega t \quad (\text{D.131})$$

となります。図 D.95 の v_3 の波形は理論値によく一致しています。 v_1 , v_2 , v_3 の実効値の計測結果は $V_{1e} = 0.707[\text{V}]$, $V_{2e} = 0.357[\text{V}]$, $V_{3e} = 1.072[\text{V}]$ でした。

$$\frac{V_{3e}}{V_{1e} + V_{2e}} = 1.01 \quad (\text{D.132})$$

であり, こちらも理論とほぼ一致しました。



(a) $v_1 = 2 \sin \omega t, v_2 = 2 \sin(\omega t - 2\pi/3)$

(b) v_1, v_3

図 D.96: 加算回路 ($v_1 = 2 \sin \omega t, v_2 = 2 \sin(\omega t - 2\pi/3)$)

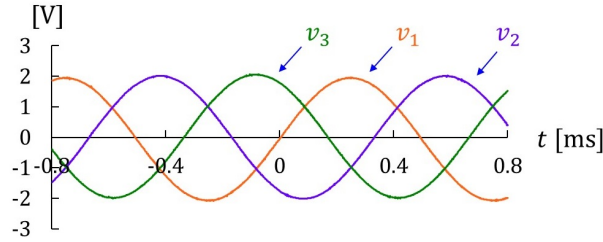


図 D.97: 加算回路 ($v_1 = 2 \sin \omega t, v_2 = 2 \sin(\omega t - 2\pi/3)$) エクセルにより描画

2. Fig D.96 は

$$\begin{aligned} v_1 &= 2 \sin \omega t \\ v_2 &= 2 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.133})$$

の場合の波形例を示します。 v_3 の理論式は

$$\begin{aligned} v_3 &= -(v_1 + v_2) = -2 \left\{ \sin \omega t + \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right\} = -2 \left\{ \sin \omega t + \sin \omega t \cos \left(\frac{2\pi}{3} \right) - \cos \omega t \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right\} \\ &= 2 \left\{ \sin \omega t \cos \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \cos \omega t \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right\} = 2 \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.134})$$

です。図 D.97 は、オシロスコープの波形を Export して、エクセルにより v_1 , v_2 , v_3 を描画した結果です。

(実験 11.4.1 へもどる.)

D.50 実験課題 11.5.1 解答 $Z_2 = (R - C \text{ 並列回路})$ の反転増幅回路の周波数特性

1. (11.20) 式より

$$V_2 = -\frac{Z_2}{Z_1} V_1 = -\frac{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C}}{R_1} V_1 = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + j\omega C R_2} V_1 \quad (\text{D.135})$$

と求まります。

2. (D.135) 式より、入出力電圧比 G_{V_2} は

$$G_{V_2} = 20 \log_{10} \frac{V_{2e}}{V_{1e}} = 20 \log_{10} \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega C R_2)^2}} \quad (\text{D.136})$$

であり、 V_2 の V_1 に対する位相差 $\psi_{V_2-V_1}$ は

$$\psi_{V_2-V_1} = 180[^\circ] - \tan^{-1} \omega C R_2 \quad (\text{D.137})$$

です。(D.109) 式との違いは、電圧比に抵抗比 R_2/R_1 の項があることと、位相が 180° 反転していることです。この増幅回路では、増幅度とその周波数特性を外付けの抵抗とキャパシタンスにより決定できます。

2. 図 D.98 は周波数特性の実測値と理論値です。両者は 50 [kHz] より低い周波数域ではよく合っています。50 [kHz] より高周波域で位相差の実測値が理論値よりも小さくなっています。これはオペアンプ自身の応答遅れの影響が現れているためです。

(実験 11.5.1 へもどる.)

D.51 実験課題 12.2.1 解答 3 相回路の電圧計測実験

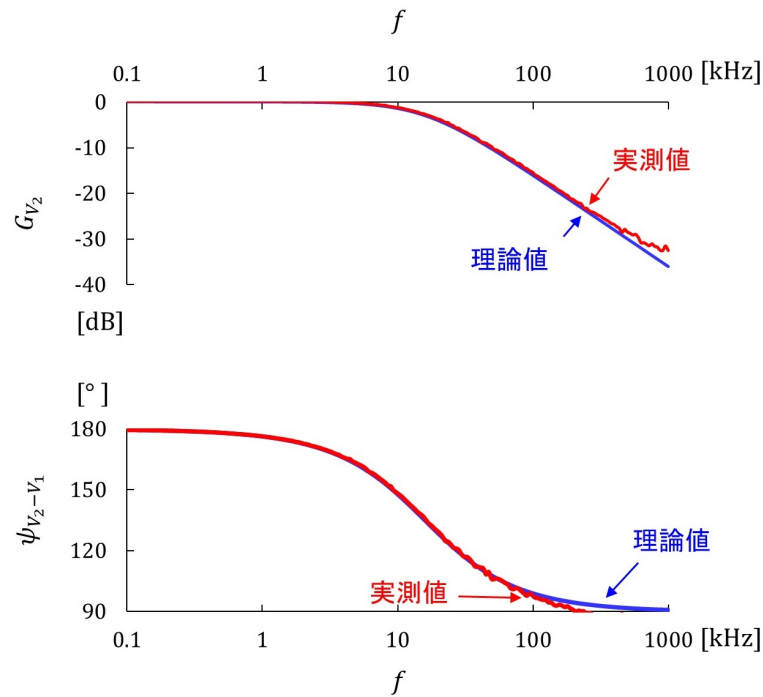
図 D.99 はオペアンプによる w 相電圧 v_w の生成回路と 3 相回路です。加算回路により

$$v_w = -v_u - v_v \quad (\text{D.138})$$

を得ます。

図 D.100 は線間電圧 v_{uv} 、相電圧 v_u と中性点間電圧 v_N の実験波形例です。関数発生器 (Signal Generator) にて

$$\begin{aligned} v_u &= 2.5 \sin \omega t \\ v_v &= 2.5 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.139})$$

図 D.98: $Z_2 = (R - C \text{ 並列回路})$ の反転増幅回路の周波数特性

と設定し、また、周波数 $f = 1$ [kHz] とした場合の結果です. v_{uv} は v_u に対してほぼ $\pi/6$ 進み、また、電圧計 (Voltmeter) による測定結果は $V_{ue} = 1.77$ [V], $V_{uve} = 3.06$ [V] でした. 実効値の比は

$$\frac{V_{uve}}{V_{ue}} = \frac{3.06}{1.77} = 1.73 \quad (\text{D.140})$$

でした.

図 D.100(b) の v_N の波形より、中性点間電圧はほぼ 0 [V] でした.

(実験 12.2.1 へもどる.)

D.52 実験課題 12.3.1 解答 △形結線の線電流と相電流の計測実験

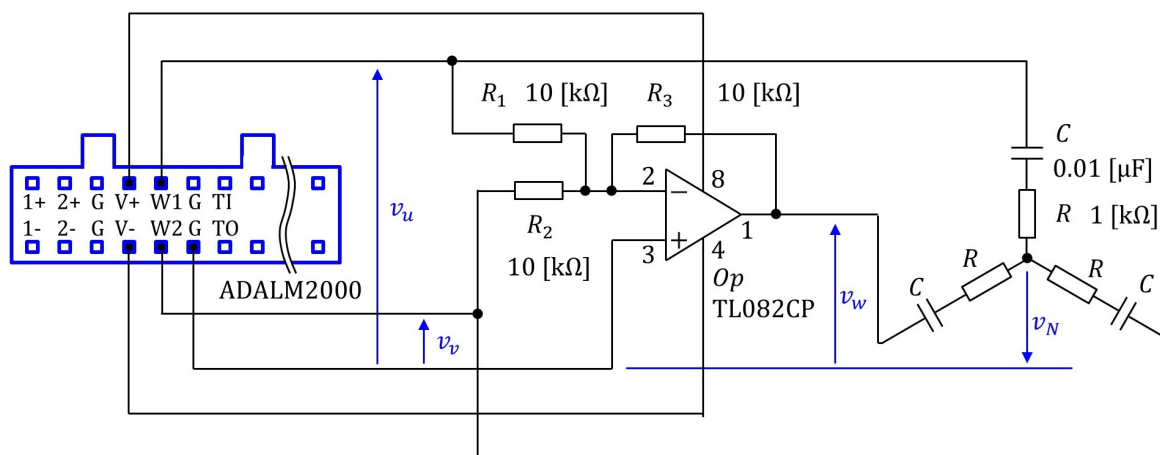
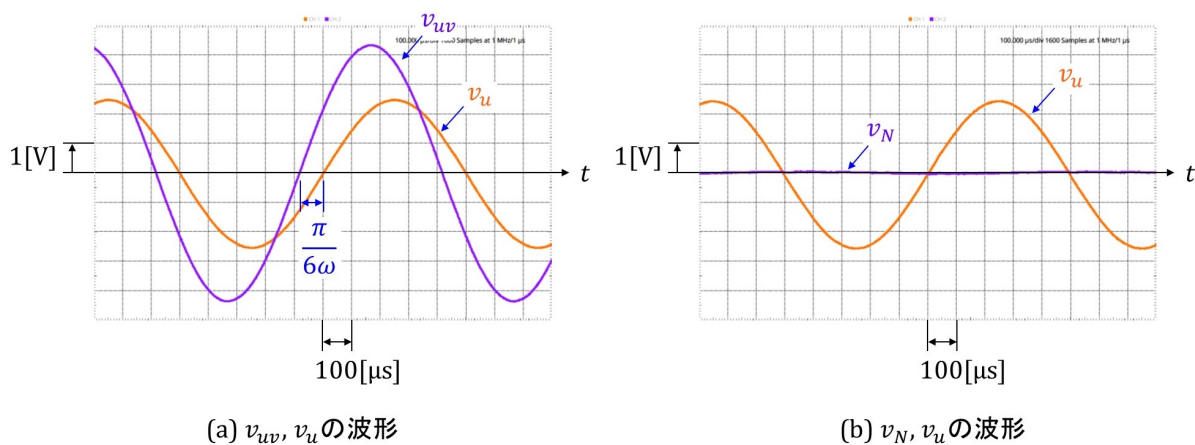
図 D.101 は線電流 i_u と相電流 i_{uv} を計測する実験回路の一案です. 抵抗は全て 1 [kΩ] とします.

$$\begin{aligned} i_u &= \frac{v_{R_1}}{R_1} [\text{A}] = v_{R_1} [\text{mA}] \\ i_{uv} &= \frac{v_{R_2}}{R_2} = v_{R_2} [\text{mA}] \end{aligned} \quad (\text{D.141})$$

により, i_u , i_{uv} を計測できます.

図 D.102 は線電流 i_u , 相電流 i_{uv} に相当する実験波形例です. 関数発生器 (Signal Generator) にて

$$\begin{aligned} v_u &= 2.5 \sin \omega t [\text{V}] \\ v_v &= 2.5 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) [\text{V}] \end{aligned} \quad (\text{D.142})$$

図 D.99: オペアンプによる v_w 生成回路と 3 相回路図 D.100: v_{uv}, v_u と v_N の波形

と設定し、また、周波数 $f = 1$ [kHz] とした場合の結果です. i_u は i_{uv} に対してほぼ $\pi/6$ 遅れ、また、電圧計 (Voltmeter) による測定結果は $V_{R1e} = 1.29$ [V] $\rightarrow I_{ue} = 1.29$ [mA], $V_{R2e} = 0.75$ [V] $\rightarrow I_{uve} = 0.75$ [mA] でした. 実効値の比は

$$\frac{I_{ue}}{I_{uve}} = \frac{1.29}{0.75} = 1.7 \quad (\text{D.143})$$

でした.

(実験 12.3.1 へもどる.)

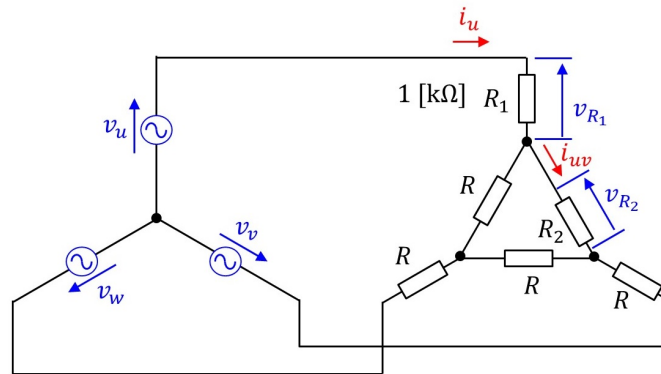
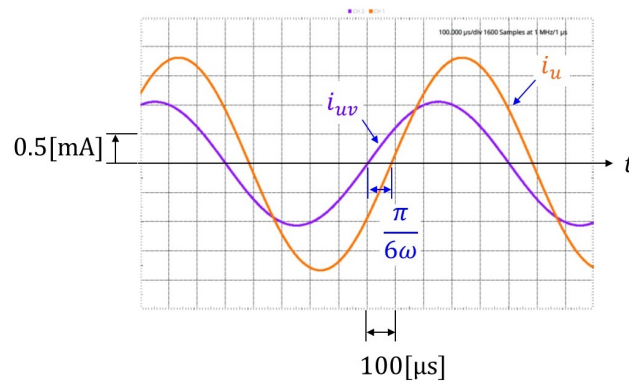


図 D.101: Δ 形結線の線電流と相電流計測実験用回路

図 D.102: i_{uv} , i_u の波形

D.53 実験課題 12.4.1 解答例 Y - Δ 変換による等価回路の計測実験

解答例です。図 D.103 の 3 相回路のキャパシタンス部分に Y - Δ 変換を適用すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega C_{\Delta}} &= \frac{3}{\omega C_Y} \\ C_{\Delta} &= \frac{C_Y}{3} \end{aligned} \quad (\text{D.144})$$

と得られます。

図 D.104 が Y - Δ 変換後の計測実験用回路です。 $C_{\Delta} = 0.0033 \text{ } [\mu\text{F}]$ としています。キャパシタンスが $0.01/3 \text{ } [\mu\text{F}]$ のコンデンサは市販されていないので、近い値のもので代用しています。(ただし、 $0.01 \text{ } [\mu\text{F}]$ のコンデンサを 3 個直列接続して用いても良いです。) 抵抗 R は基準抵抗の役割を果たします。この両端電圧 v_R を計測することで線電流が分かります。

図 D.105 は実験波形例です。(a) が図 D.103 の変換前の 3 相回路から得られた相電圧 v_u と抵抗の両端電圧 v_R (線電流 i_u に相当します。) の波形です。参考に $v_u - v_R$ の波形をオシロスコプの計算 (Math) 機能を使って表示してあります。これはキャパシタンス C の両端電圧に相当します。電源電圧の周波数 $f = 15.9 \text{ kHz}$ とした場合です。抵抗 R と容量リアクタンス $1/\omega C$ が $1 \text{ k}\Omega$ なので、 v_R と $v_u - v_R$ は位相が 90° ずれて、振幅がほぼ同じになっています。

図 D.105(b) が図 D.104 の変換後の 3 相回路から得られた波形例です。同図 (a) の波形とほぼ同じであり、

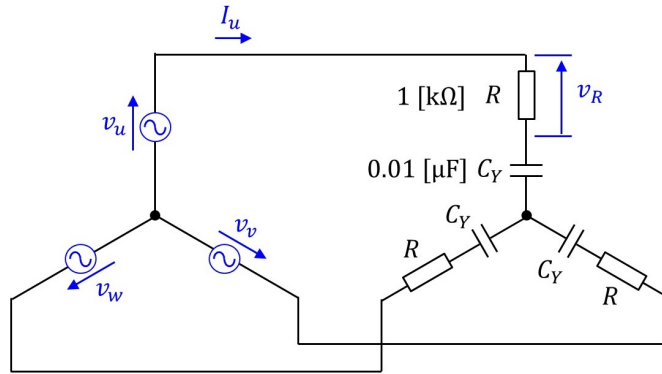


図 D.103: Y - Δ 変換による等価回路の計測実験用回路

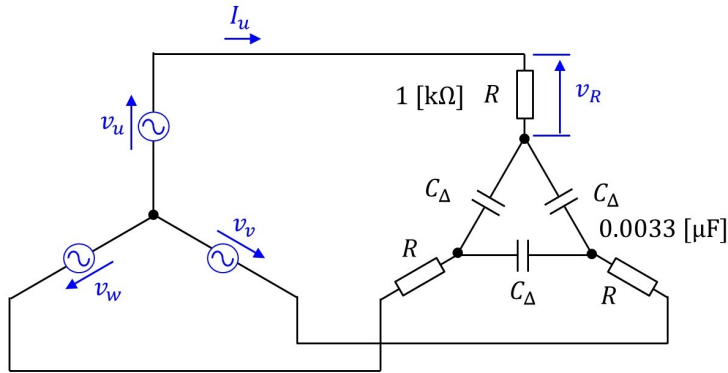


図 D.104: Y - Δ 変換後の計測実験用回路

変換後の Δ 形結線のキャパシタンス回路は、変換前の Y 形結線の回路と等価であることが分かります。

(実験 12.4.1 へもどる.)

D.54 実験課題 12.5.1 解答例 平衡負荷の瞬時電力の計測実験

図 D.106 は平衡負荷の瞬時電力の波形例です。関数発生器 (Signal Generator) により、

$$\begin{aligned} v_u &= 1.5 \sin \omega t \\ v_v &= 1.5 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \end{aligned} \quad (\text{D.145})$$

周波数 $f = 10$ [kHz] としました。u 相の瞬時電力 p_u は

$$p_u = v_u i_u = v_u \frac{v_R}{R} = \frac{v_u^2}{R} \text{ [W]} \quad (\text{D.146})$$

により得られます。 $R = 1$ [kΩ] なので、

$$p_u = v_u^2 \text{ [mW]} \quad (\text{D.147})$$

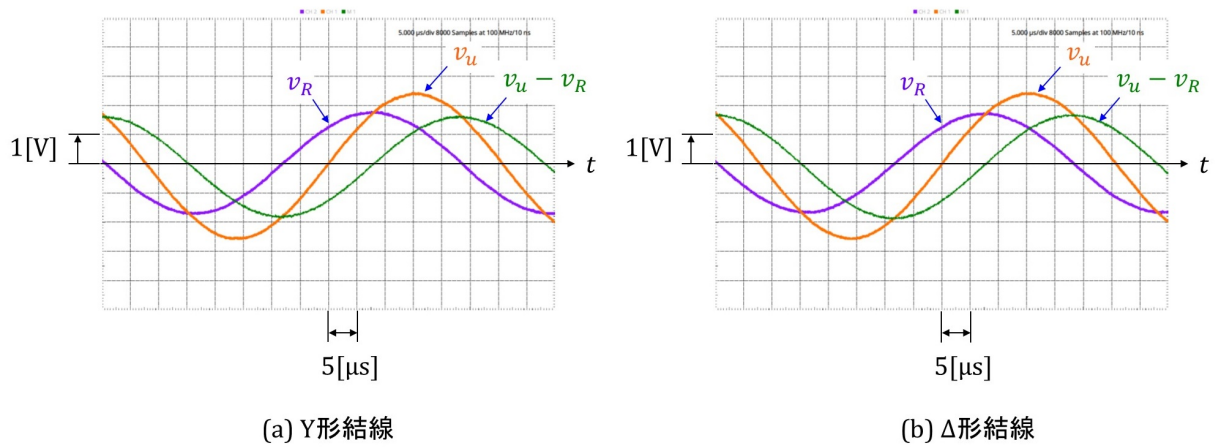


図 D.105: Y - Δ 変換前後の波形例

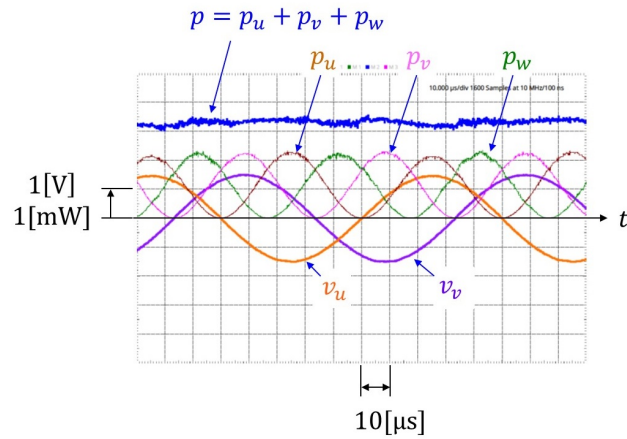


図 D.106: 平衡負荷の瞬時電力波形例

と換算して、オシロスコープの計算 (Math) 機能により求めました。

$$p_v = v_v^2 \quad (\text{D.148})$$

と同様に計算により求めました。 w 相については、 w 相電圧 v_w を

$$v_w = -v_u - v_v \quad (\text{D.149})$$

により得て、

$$p_w = v_w^2 \quad (\text{D.150})$$

を得ました。最後に 3 相回路の瞬時電力 p を

$$p = p_u + p_v + p_w \quad (\text{D.151})$$

により得ました。

抵抗負荷の場合の瞬時電力の理論値は、相電圧の実効値を V_{pe} 、線電流の実効値を I_{le} とすると、(12.38) 式より、 v_u 、 v_v の振幅が 1.5 [V] なので、

$$p = 3V_{pe}I_{le} = 3\frac{V_{pe}^2}{R} [\text{W}] = 3V_{pe}^2 [\text{mW}] = 3\left(\frac{1.5}{\sqrt{2}}\right)^2 = 3.4 [\text{mW}] \quad (\text{D.152})$$

と計算されます。

図 D.106 の結果では、3 相回路の瞬時電力 p は「ほぼ」一定であり、実測値は理論値に近い値となりました。

(実験 12.5.1 へもどる.)

D.55 実験課題 13.2.1 解答 のこぎり波のスペクトル解析

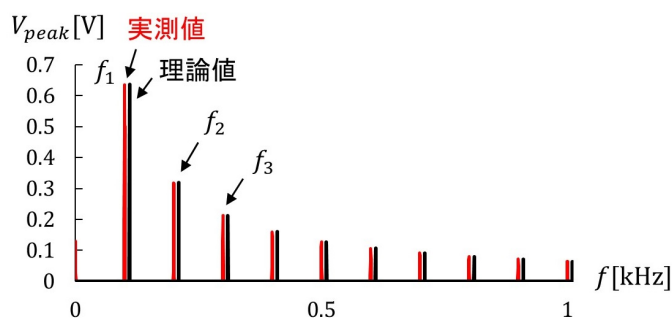


図 D.107: のこぎり波の周波数スペクトル

(実験 13.2.1 へもどる.)

D.56 実験課題 13.3.1 解答 三角波の合成とスペクトル解析

筆者が作成した csv ファイルを

http://mybook-pub-site.sakura.ne.jp/zagaku_jikken/Electric_Circuit/

のフォルダ内に waveform_data_triangular_1_3_5.csv のファイル名で入れてあります。

図 D.108 は関数発生器 (Signal Generator) の出力波形をオシロスコープ (Oscilloscope) で観測した結果です。

図 D.109 は図 D.108 の波形のスペクトル解析結果です。赤棒が実測値、黒棒が理論値です。 f_1 が基本波成分で、振幅が 1 [V]、周波数が 1 [kHz] です。合成波形の各成分が同定されています。

(実験 13.3.1 へもどる.)

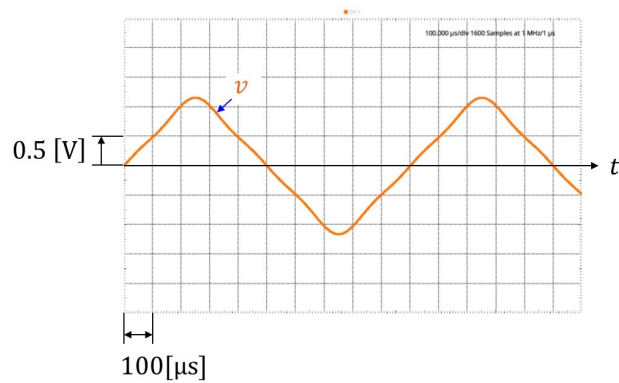


図 D.108: 三角波（第 5 高調波までの合成波形）の観測波形

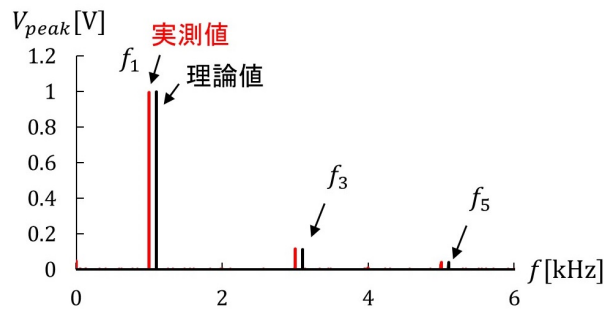


図 D.109: 三角波（第 5 高調波までの合成波形）の周波数スペクトル

D.57 実験課題 13.5.1 解答 生成波形のフーリエ級数とスペクトル解析

1. $f(t)$ のフーリエ級数

図 13.38 の波形は偶関数なので

$$b_n = 0 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{D.153})$$

です。

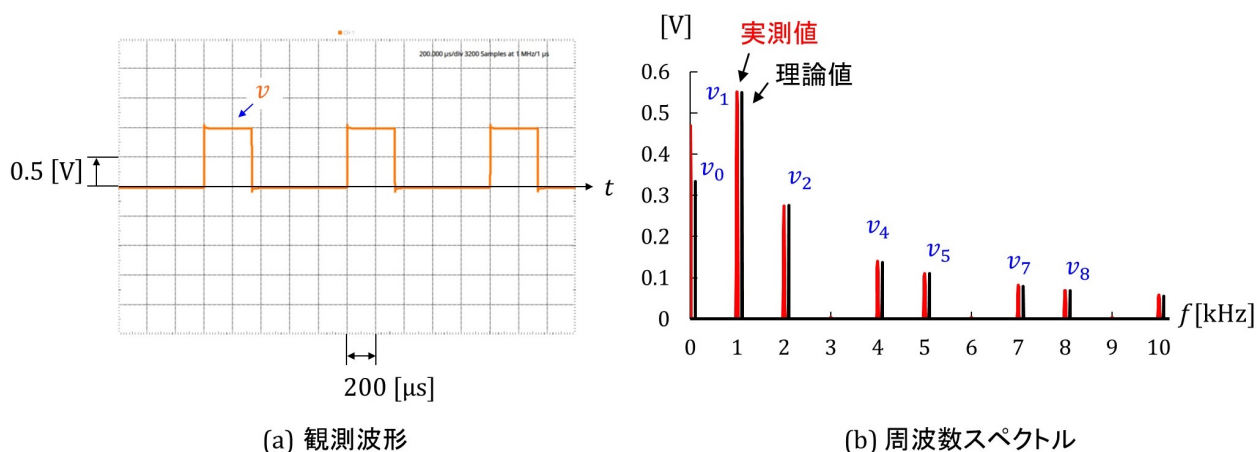
$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{6}}^{\frac{T}{6}} V_m dt = \frac{V_m}{T} \frac{T}{3} = \frac{V_m}{3} \quad (\text{D.154})$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{6}}^{\frac{T}{6}} V_m \cos n\omega t dt = \frac{2V_m}{T} \left[\frac{\sin n\omega t}{n\omega} \right]_{-\frac{T}{6}}^{\frac{T}{6}} = \frac{2V_m}{\pi} \frac{\sin \frac{n\pi}{3}}{n} \quad (\text{D.155})$$

これより

$$f(t) = \frac{V_m}{3} + \frac{\sqrt{3}V_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t - \frac{1}{4} \sin 4\omega t - \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right) \quad (\text{D.156})$$

と得られます。

図 D.110: $T/3$ 区間の矩形波の観測波形と周波数スペクトル

2. スペクトル解析結果

図 D.110 は、関数発生器の出力電圧 v をオシロスコープにより観測した結果とスペクトル解析器により得た v の周波数スペクトルです。赤棒が実測値、黒棒が理論値です。筆者が作成した csv ファイルを以下にアップしてあります。

http://mybook-pub-site.sakura.ne.jp/zagaku-jikken/Electric_Circuit/

ファイル名は waveform_data_rectangular_0.33pi.csv です。図 13.38 の波形の 1 周期を 1000 分割して、各点の $f(t)$ の値を求めた結果を格納してあります。周波数スペクトルの理論値は (D.155) 式より計算しました。基本波成分 v_1 、高調波成分 $v_2, v_4, \dots$ の振幅値はよく合っていました。直流成分 v_0 は大きくずれました。ADAMLM2000 のスペクトル解析器の計測可能周波数の下限は 1 [Hz] で、直流成分を計測する機能が無いことによると考えます。

(実験 13.5.1 へもどる.)

D.58 実験課題 13.7.1 解答 抵抗電圧の解析 (第 5 高調波までの矩形波)

1. v_R の複素数表示と瞬時値表示

抵抗電圧の各成分を V_{Rn} ($n = 1, 3, 5$) とすると、(13.46) 式の電源電圧の各成分 V_n と (13.47) 式のリアクタンス X_n より、

$$V_{Rn} = \frac{R}{R - jX_n} V_n = \frac{jn\omega CR}{1 + jn\omega CR} V_n \quad (\text{D.157})$$

です。瞬時値表示に変換すると

$$v_{Rn} = \frac{\omega CR}{\sqrt{1 + (n\omega CR)^2}} \sin\left(n\omega t + \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} n\omega CR\right) \quad (\text{D.158})$$

です。 v_R は

$$v_R = v_{R1} + v_{R3} + v_{R5} \quad (\text{D.159})$$

により得られます.

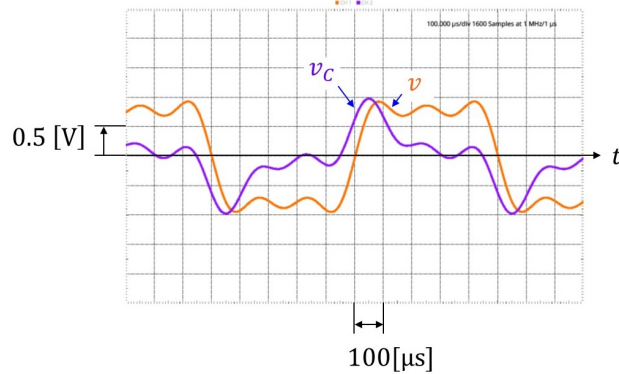


図 D.111: 抵抗電圧の観測波形 (第 5 高調波までの矩形波)

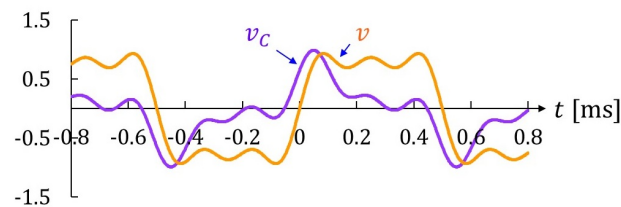


図 D.112: 抵抗電圧の理論波形 (第 5 高調波までの矩形波)

2. v_R の観測波形と理論波形

図 D.111 は v_R の観測波形です. キャパシタンス電圧と異なり, 抵抗電圧では電源電圧の変化分が強調された波形となりました. 図 D.112 は v_R の理論波形です. (D.159) 式を基に, Excel により計算して描いた波形です. 観測波形は理論波形とほぼ一致しました.

(実験 13.7.1 へもどる.)

D.59 実験課題 13.7.2 解答 0.1, 0.5, 1, 5, 10 [kHz] 成分を持つひずみ波交流の回路解析

1. キャパシタンス電圧 v_C

各成分の複素数表示は

$$V_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (n = 1, 5, 10, 50, 100) \quad (\text{D.160})$$

です. また, キャパシタンス電圧の各成分 V_{Cn} ($n = 1, 5, 10, 50, 100$) は

$$V_{Cn} = \frac{-jX_n}{R - jX_n} V_n = \frac{1}{1 + jn\omega CR} V_n \quad (n = 1, 5, 10, 50, 100) \quad (\text{D.161})$$

と得られます。ただし、 ω は $f = 0.1$ [kHz] のときの角周波数です。瞬時値表示に変換すると

$$v_{Cn} = \frac{1}{\sqrt{1 + (n\omega CR)^2}} \sin(n\omega t - \tan^{-1} n\omega CR) \quad (\text{D.162})$$

となります。これより、キャパシタンス電圧 v_C は

$$v_C = v_{C1} + v_{C5} + v_{C10} + v_{C50} + v_{C100} \quad (\text{D.163})$$

と求められます。

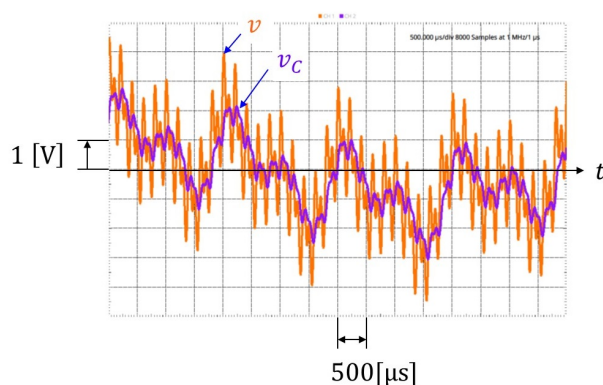


図 D.113: 0.1, 0.5, 1, 5, 10[kHz] 成分の合成波を電源電圧とした場合のキャパシタンス電圧 v_C の観測波形

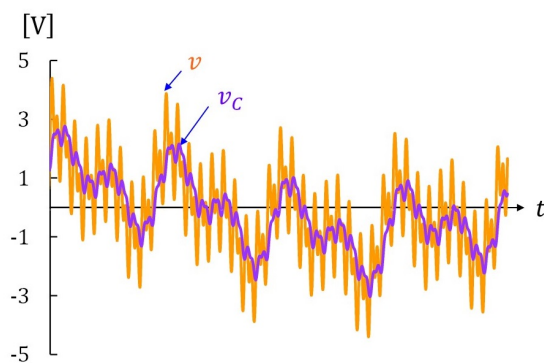


図 D.114: 0.1, 0.5, 1, 5, 10[kHz] 成分の合成波を電源電圧とした場合のキャパシタンス電圧 v_C の理論波形

2. v_C の観測波形と理論波形との比較

図 D.113 はひずみ波交流の電源電圧 v とキャパシタンス電圧 v_C のオシロスコープによる観測波形例です。 v は図 13.23 と同じ合成波形です。 v_C は、 v の鋭い変化が無くなって（高次の高調波成分が小さくなって）緩やかに変化する（低次の成分を主体とする）波形になりました。

図 D.114 は v と v_C の理論波形です。 v は (13.51) 式、 v_C は (D.163) 式を用いて計算しました。観測波形は理論波形とほぼ一致しました。

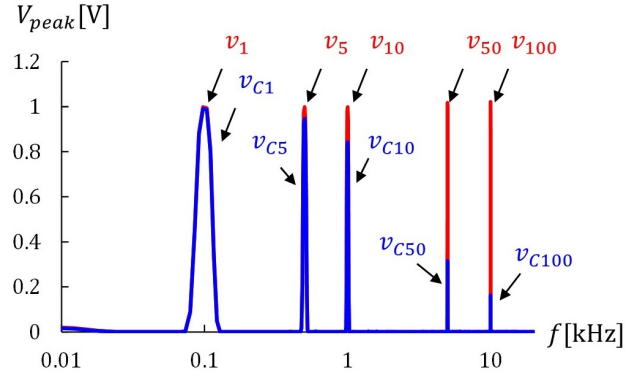


図 D.115: 0.1, 0.5, 1, 5, 10[kHz] 成分の合成波を電源電圧とした場合のキャパシタンス電圧 v_C の周波数スペクトル

3. v_C のスペクトル解析と各成分振幅の理論値

図 D.115 はスペクトル解析器により得られた周波数スペクトルです。スペクトル解析器から Export したデータを Excel によりグラフに描きました。赤棒が v の各成分、青棒が v_C の各成分です。赤棒、青棒の高さは

$$\begin{aligned} V_1 &= 0.998, V_{C1} = 0.991 \\ V_5 &= 0.998, V_{C5} = 0.947 \\ V_{10} &= 0.998, V_{C10} = 0.842 \\ V_{50} &= 1.017, V_{C50} = 0.316 \\ V_{100} &= 1.022, V_{C100} = 0.163 \end{aligned} \quad (\text{D.164})$$

でした。本来 V_n は 1 であるべきですが、わずかにずれた値が計測されました。そこで、両者の比 V_{Cn}/V_n を V_{Cnr} とすると、

$$V_{Cnr} = \begin{cases} 0.993 & (n = 1) \\ 0.949 & (n = 5) \\ 0.844 & (n = 10) \\ 0.311 & (n = 50) \\ 0.159 & (n = 100) \end{cases} \quad (\text{D.165})$$

となりました。この比 V_{Cnr} を実測値とします。

(D.162) 式より、各成分振幅の理論値を V_{mn} ($n = 1, 5, 10, 50, 100$) とすると、

$$V_{mn} = \frac{1}{\sqrt{1 + (n\omega CR)^2}} = \begin{cases} 0.998 & (n = 1) \\ 0.954 & (n = 5) \\ 0.847 & (n = 10) \\ 0.303 & (n = 50) \\ 0.157 & (n = 100) \end{cases} \quad (\text{D.166})$$

です。(D.165) 式の実測値と (D.166) 式の理論値は最大 2.6% の誤差でした。

(実験 13.7.2 へもどる.)

D.60 実験課題 13.8.1 解答 第 5 高調波までの矩形波の実効値

1. 第 5 高調波までの矩形波の実効値

(13.59) 式より, 実効値 V_e は

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3^2} + \frac{1}{2 \times 5^2}} = 0.759[\text{V}] \quad (\text{D.167})$$

です.

2. 実効値の計測

オシロスコープの計測 (Measure) 機能を利用する方法



図 D.116: 実効値の計測 (オシロスコープの計測 (Measure) 機能を利用する方法)

図 D.116 はオシロスコープの計測 (Measure) 機能による実効値計測の画面です. 設定の詳細は付録 B.4.6 の統計データの選択を参照してください. 図は CH1 に v を入力し, オシロスコープ (Oscilloscope) の計測 (Measure) 機能の Cyc RMS により v の実効値を得ています. 計測 (Measure) のコントロールパネルにおいて, Verical を左クリックしてプルダウンメニューを開き, Stats 列の Cyc RMS にチェックを入れます. Cyc RMS は, トリガ時点前後 1 周期 T 分の波形データから実効値

$$\text{Cyc RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v^2 dt} \quad (\text{D.168})$$

を求める機能です.

Cyc RMS = 0.76 [V] でした.

電圧計 (Voltmeter) を利用する方法

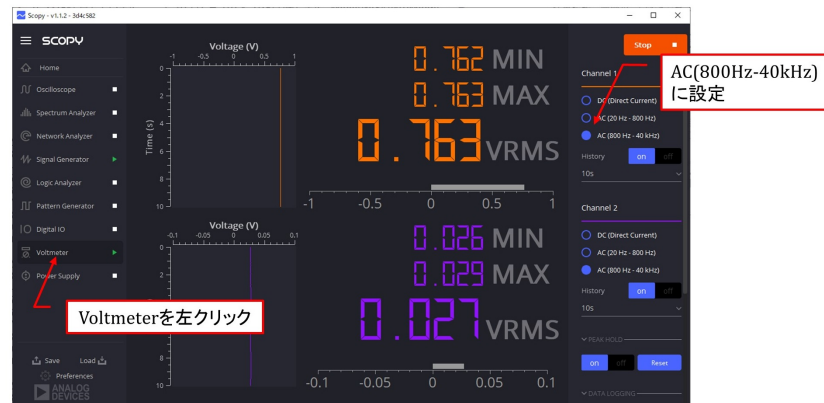


図 D.117: 実効値計測の設定（電圧計による方法）

図 D.117 は電圧計 (Voltmeter) による第 5 高調波までの矩形波の実効値計測結果です。測定対象を AC(800Hz-40kHz) に設定します。これにより、基本波 (1 [kHz]) ~ 第 5 高調波 (5 [kHz]) の周波数帯の計測が可能です。結果は

$$V_e = 0.76[\text{V}] \quad (\text{D.169})$$

でした。

(実験 13.8.1 へもどる.)

D.61 実験課題 13.8.3 解答 矩形波の実効値

1. 矩形波の実効値

矩形波の実効値 V_e は

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_m^2 dt} = V_m \quad (\text{D.170})$$

です。

2. 実効値の計測

図 D.118 は矩形波の実効値計測画面です。 $V_m = 2.5 [\text{V}]$ の設定です。Cyc RMs = 2.52 [V] でした。電圧計 (Voltmeter) による計測結果も $V_e = 2.52 [\text{V}]$ でした。

(実験 13.8.3 へもどる.)

D.62 実験課題 13.9.1 解答 第 5 高調波までの矩形波を印加した場合の $R - C$ 直列回路の電力

1. 電力と力率の理論値

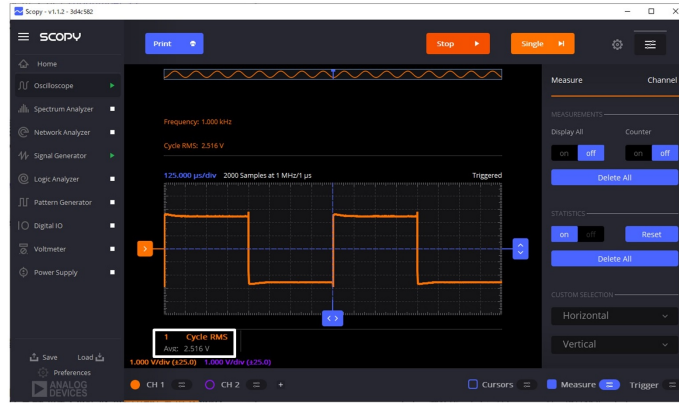


図 D.118: 矩形波の実効値計測

基本波成分 ($n = 1$) および第 3, 5 高調波成分 ($n = 3, 5$) の電圧, 電流の複素数表示を V_n, I_n ($n = 1, 3, 5$) とすると,

$$I_n = \frac{1}{R + \frac{1}{jn\omega C}} V_n = \frac{jn\omega C}{1 + jn\omega CR} V_n \quad (\text{D.171})$$

です. 瞬時値表示に変換すると,

$$i_n = \frac{\omega C}{\sqrt{1 + (n\omega CR)^2}} \sin\left(n\omega t + \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} n\omega CR\right) \quad (\text{D.172})$$

と求まります. よって, 電流の各成分の実効値および力率をそれぞれ $I_{ne}, \cos \psi_n$ ($n = 1, 3, 5$) とすると

$$I_{ne} = \frac{\omega C}{\sqrt{1 + (n\omega CR)^2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \psi_n = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} n\omega CR\right) = \frac{n\omega CR}{\sqrt{1 + (n\omega CR)^2}} \quad (\text{D.173})$$

です. これより, $R = 10[\text{k}\Omega], C = 0.01[\mu\text{F}]$ を代入すると, 電流の実効値 I_e は

$$I_e = \sqrt{I_{1e}^2 + I_{3e}^2 + I_{5e}^2} = 45.1[\mu\text{A}] \quad (\text{D.174})$$

と求まります. また, 印加電圧の各成分の実効値 V_{ne} ($n = 1, 3, 5$) は

$$V_{ne} = \frac{1}{n\sqrt{2}} \quad (\text{D.175})$$

です. 印加電圧の実効値 V_e は

$$V_e = \sqrt{V_{1e}^2 + V_{3e}^2 + V_{5e}^2} = 0.759[\text{V}] \quad (\text{D.176})$$

と計算されます. これより, 回路の皮相電力 P_a は, (13.65) 式より

$$P_a = V_e I_e = 0.759[\text{V}] \times 45.1[\mu\text{A}] = 34.2[\mu\text{W}] \quad (\text{D.177})$$

$R - C$ 回路で消費される有効電力 P_{act} は, (13.63) 式より

$$P_{act} = \sum_{n=1}^3 V_{ne} I_{ne} \cos \psi_n = \sum_{n=1}^3 \frac{1}{n\sqrt{2}} \times \frac{\omega C}{\sqrt{1 + (n\omega CR)^2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{n\omega CR}{\sqrt{1 + (n\omega CR)^2}} \\ = \sum_{n=1}^3 \frac{(\omega C)^2 R}{2\{1 + (n\omega CR)^2\}} \quad (\text{D.178})$$

です. $R = 10[\text{k}\Omega]$, $C = 0.01[\mu\text{F}]$ を代入すると

$$P_{act} = 20.3[\mu\text{W}] \quad (\text{D.179})$$

と得られます. これより, 力率 $\cos \psi$ は, (13.65) 式より

$$\cos \psi = \frac{P_{act}}{P_a} = \frac{20.3}{34.2} = 0.594 \quad (\text{D.180})$$

と求められます.

2. 電力の計測実験

印加電圧 v と回路電流 i の実効値は電圧計 (Voltmeter) により計測できます. 電流 i は抵抗の両端電圧 v_R の実効値を計測してその値を $10 [\text{k}\Omega]$ で割ることで得られます. 計測結果は

$$\begin{aligned} V_e &= 0.76[\text{V}] \\ I_e &= 44[\mu\text{A}] \end{aligned} \quad (\text{D.181})$$

でした. これより, 計測結果に基づく皮相電力 P_a は

$$P_a = 0.76 \times 44 \times 10^{-6} = 33[\mu\text{W}] \quad (\text{D.182})$$

でした.

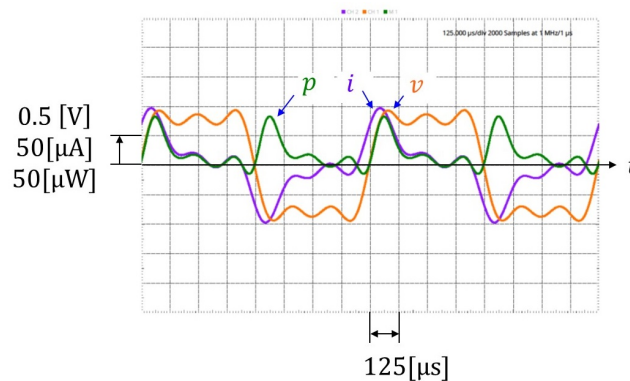


図 D.119: 第 5 高調波までの矩形波を印加した場合の $R - C$ 回路の瞬時電力波形

図 D.119 は印加電圧 v (橙線) と電流 i (紫線) および瞬時電力

$$p = vi \quad (\text{D.183})$$

(緑線) の波形です. 電流 i は抵抗 R の両端電圧 v_R で代用しています. 測定電圧値を $10 [\text{k}\Omega]$ で割ることで電流値に換算してあります. 瞬時電力 p はオシロスコープの計算 (Math) 機能により, $v \times v_R$ を求めて, 表示結果の目盛を $10 [\text{k}\Omega]$ で割ることで換算してあります.

図 D.120 はオシロスコープの計測 (Measure) 機能により, M1 に

$$\overline{v \times v_R} \quad (\text{D.184})$$

を求めた結果です. M1 の Stats Mean 値より, 有効電力 P_{act} は

$$P_{act} = \frac{\overline{v \times v_R}}{R} = \frac{0.20[\text{V}^2]}{10[\text{k}\Omega]} = 20[\mu\text{W}] \quad (\text{D.185})$$



図 D.120: 第 5 高調波までの矩形波を印加した場合の $R - C$ 回路の有効電力

でした。

計測結果から得られる力率 $\cos \psi$ は

$$\cos \psi = \frac{P_{act}}{P_a} = \frac{20}{33} = 0.61 \quad (\text{D.186})$$

でした。

(実験 13.9.1 へもどる.)

D.63 実験課題 14.1.1 解答 $R - C$ 回路による 1 次ハイパスフィルタの計測実験

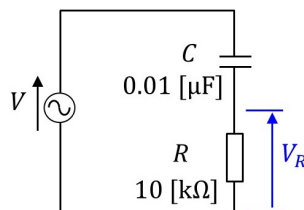
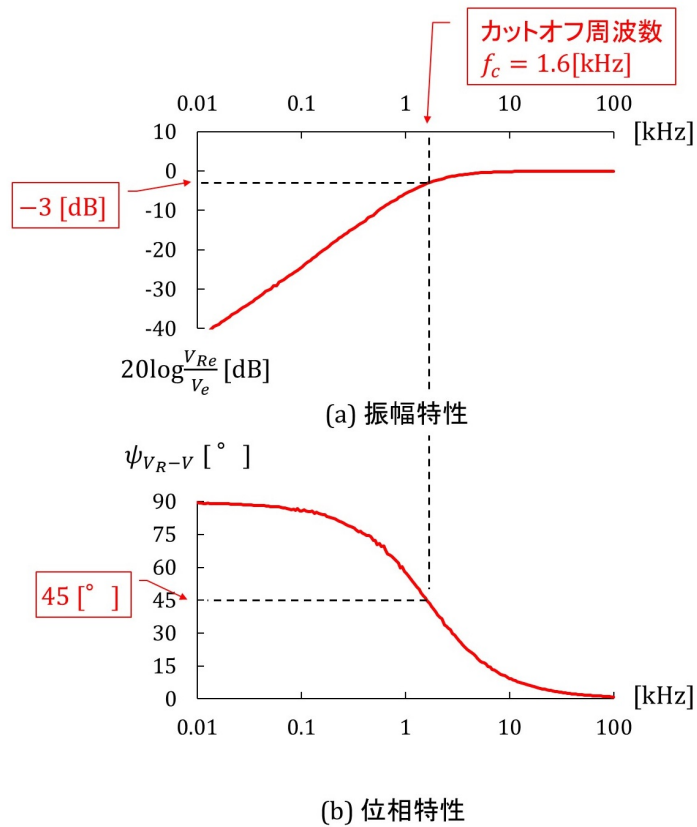


図 D.121: $R - C$ 回路による 1 次ハイパスフィルタ

図 D.121 が $R - C$ 回路をつなぎ替えて実現したハイパスフィルタです。抵抗電圧 V_R を出力とします。

図 D.122 は図 D.121 のハイパスフィルタの周波数特性（実測値）です。電源電圧 V に含まれる周波数成分の内、カットオフ周波数 f_c よりも高い周波数域の成分を通し、低い周波数域の成分を遮断します。カットオフ周波数 f_c は、通過域の電圧比に対して -3 [dB] となる周波数です。 f_c における V_R の V に対する位相差 ψ_{V_R-V} は 45°] です。

(実験 14.1.1 へもどる.)

図 D.122: $R-C$ 回路による 1 次ハイパスフィルタの周波数特性 (実測値)

D.64 実験課題 14.1.2 解答 オペアンプによる 1 次ハイパスフィルタの計測実験

1. 電圧比と位相差

バーチャルショートより

$$V_{in} = 0 \quad (\text{D.187})$$

です。これより、入力電流 I_1 は

$$I_1 = \frac{1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} V_1 \quad (\text{D.188})$$

となります。オペアンプの入力インピーダンスはとても大きいので、オペアンプに流れ込む電流は無視できます。よって、

$$I_1 = I_2 \quad (\text{D.189})$$

です。これより、抵抗 R_2 による電圧降下 V_{R_2} は

$$V_{R_2} = R_2 I_2 = \frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} V_1 \quad (\text{D.190})$$

と求めます。出力電圧 V_2 は

$$V_2 = V_{in} - V_{R_2} = -\frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} V_1 = -\frac{R_2}{R_1} \frac{j\omega C R_1}{1 + j\omega C R_1} V_1 \quad (\text{D.191})$$

と得られます。(C.208) 式の $R-C$ 回路による 1 次ハイパスフィルタと比較すると、オペアンプを用いることで、振幅が R_2/R_1 倍となり、位相が 180° 反転しています。

(D.191) 式より、電圧比 V_{2e}/V_{1e} は

$$\frac{V_{2e}}{V_{1e}} = \frac{R_2}{R_1} \frac{\omega C R_1}{\sqrt{1 + (\omega C R_1)^2}} \quad (\text{D.192})$$

です。 V_2 の V_1 に対する位相差 $\psi_{V_2-V_1}$ は

$$\psi_{V_2-V_1} = -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \omega C R_1 \quad (\text{D.193})$$

です。

2. 周波数特性の測定

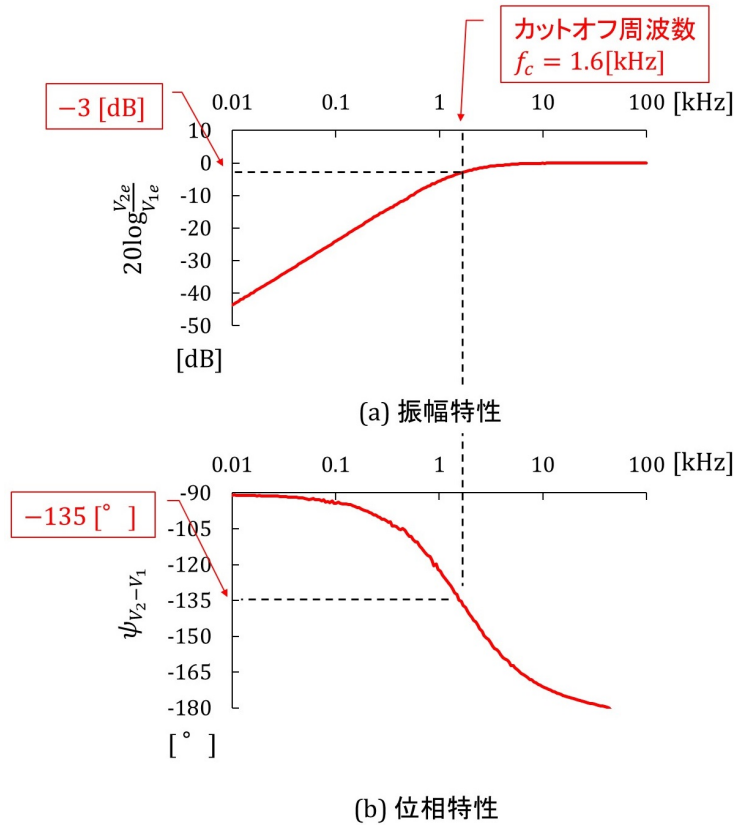


図 D.123: オペアンプによる 1 次ハイパスフィルタの周波数特性 (実測値)

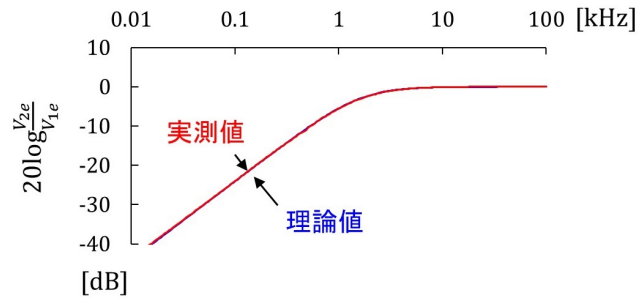
図 D.123 はオペアンプによる 1 次ハイパスフィルタの周波数特性 (実測値) です。図 D.122 と同様の周波数特性が見られます。ただし、位相特性は 180° 位相が反転しています。カットオフ周波数 f_c の実測値は

$$f_c = 1.6[\text{kHz}] \quad (\text{D.194})$$

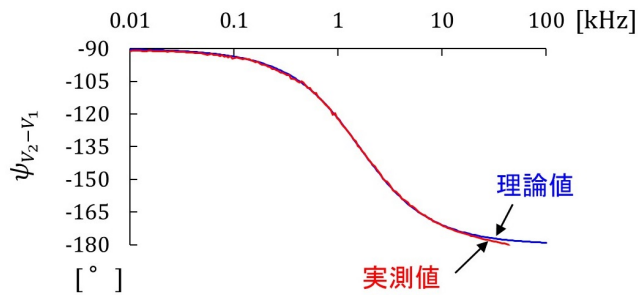
でした．理論値は

$$f_c = \frac{1}{2\pi CR_1} = \frac{1}{2\pi 0.01 \times 10^{-6} \times 10^4} = 1.59[\text{kHz}] \quad (\text{D.195})$$

でした．



(a) 振幅特性



(b) 位相特性

図 D.124: オペアンプによる 1 次ハイパスフィルタの周波数特性（理論値との比較）

図 D.124 は図 D.123 の周波数特性の実測値を (D.192) 式，(D.193) 式の理論値と比較して示します．実測値は理論値によく一致しました．

(実験 14.1.2 へもどる.)

D.65 実験課題 14.2.1 解答 $R - C$ 回路による 2 次ローパスフィルタの計測実験

図 D.125 は図 14.9 の 2 次ローパスフィルタの周波数特性です． $f_{CR} = \omega_{CR}/2\pi$ は約 1.6 [kHz] でした．また，電圧比が -3 [dB] となるカットオフ周波数 $f_c = 6.0 \times 10^2$ [Hz] でした．同図には理論値を重ねて示してあります．実測値は理論値とよく一致しました．

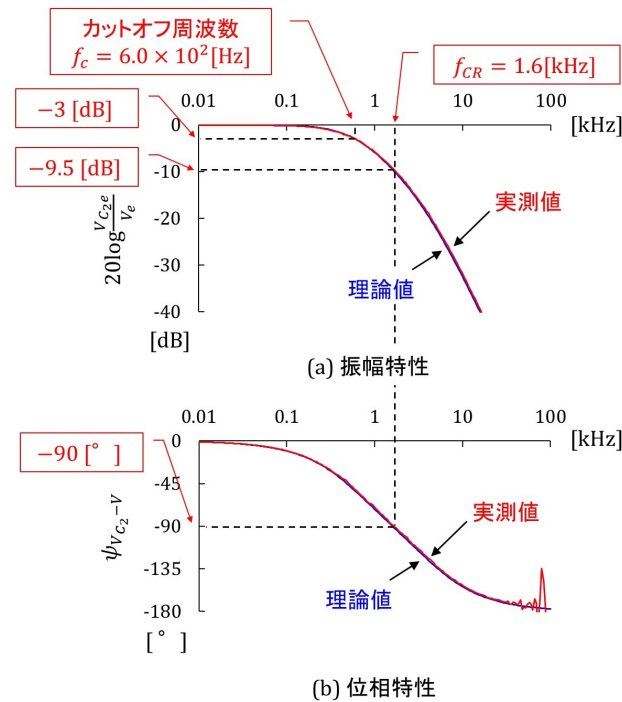
図 D.125: $R-C$ 回路による 2 次ローパスフィルタの周波数特性

図 D.126 は図 14.9 の 2 次ローパスフィルタの周波数特性を図 14.3 の 1 次ローパスフィルタの特性と比較して示します。両フィルタのカットオフ周波数が異なるため、特性の違いが分かり難いです。実験 14.2.2 ではカットオフ周波数を揃えて、両特性の比較を行います。

(実験 14.2.1 へもどる。)

D.66 実験課題 14.2.2 解答 カットオフ周波数が同じである 1 次, 2 次ローパスフィルタの周波数特性

図 14.3(a) の回路のカットオフ周波数を f_{c1} とすると

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi CR} \quad (\text{D.196})$$

です。図 14.8 において $R_1 = R_2 = R_x$, $C_1 = C_2 = C_x$ とした場合のカットオフ周波数を f_{c2} とすると, (C.218) 式より

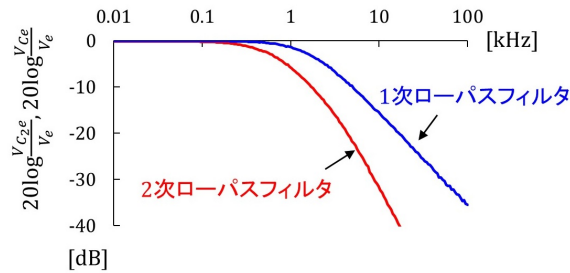
$$f_{c2} = \frac{0.374}{2\pi C_x R_x} \quad (\text{D.197})$$

です。

$$f_{c2} = f_{c1} \quad (\text{D.198})$$

とする C_x , R_x は

$$C_x R_x = 0.374 CR \quad (\text{D.199})$$

図 D.126: $R-C$ 回路による 2 次ローパスフィルタの周波数特性 (1 次ローパスフィルタとの比較)

を満たさなければなりません.

図 14.3(a) の回路において, $R = 10[\text{k}\Omega]$, $C = 0.01[\mu\text{F}]$ なので

$$C_x R_x = 0.374 \times 0.01 \times 10^{-6} \times 10^4 \quad (\text{D.200})$$

です. 例えば,

$$\begin{aligned} C_x &= 0.00374[\mu\text{F}] \\ R_x &= 10[\text{k}\Omega] \end{aligned} \quad (\text{D.201})$$

とします.

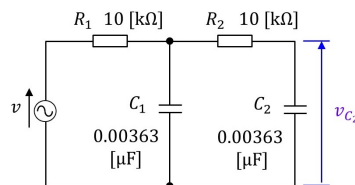
図 D.127: $R-C$ 回路による 2 次ローパスフィルタ ($f_{c2} \approx f_{c1}$)

図 D.127 は (D.201) 式の値に近いキャパシタンスを持つ 2 次ローパスフィルタです. 入手が容易な $0.0033[\mu\text{F}]$ と $0.00033[\mu\text{F}]$ の二つのコンデンサを並列接続して用いることにしました.

図 D.128 は図 D.127 の回路の周波数特性です. カットオフ周波数の理論値は, (D.197) 式より

$$f_c = \frac{0.374}{2\pi C_x R_x} = \frac{0.374}{2\pi \times 0.00363 \times 10^{-6} \times 10^4} = 1.64[\text{kHz}] \quad (\text{D.202})$$

です. 実験結果は $1.6[\text{kHz}]$ でした. 同図には理論値を重ねて表示してあります. 理論値は $R = 10[\text{k}\Omega]$, $C = 0.00363[\mu\text{F}]$ として計算しました. 実測値は理論値にほぼ一致しました.

図 D.129 は図 D.127 の 2 次ローパスフィルタの周波数特性を図 14.3(a) の 1 次ローパスフィルタの特性と比較して示します. 両回路のカットオフ周波数を同じにしました. いずれも理論値です. 2 次ローパスフィルタでは $10[\text{kHz}]$ より高い周波数域で電圧比が急減しています. 周波数が 10 倍になると電圧比は $-40[\text{dB}]$ です. これを $-40[\text{dB/dec}]$ と表します. dec は decade の略で 10 倍を意味します. 普通目盛に換算すると電圧比は $1/100$ 倍です. 1 次ローパスフィルタでは, $-20[\text{dB/dec}]$ です. 周波数が 10 倍になると電圧比が $1/10$ 倍になります.

(実験 14.2.2 へもどる.)

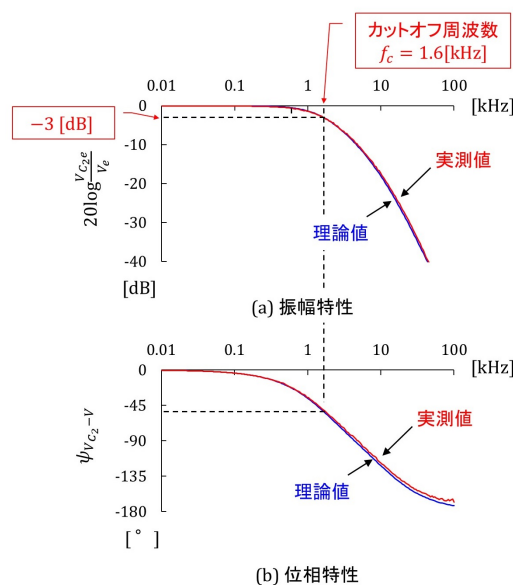


図 D.128: $R-C$ 回路による 2 次ローパスフィルタ ($f_c \approx f_{c1}$) の周波数特性

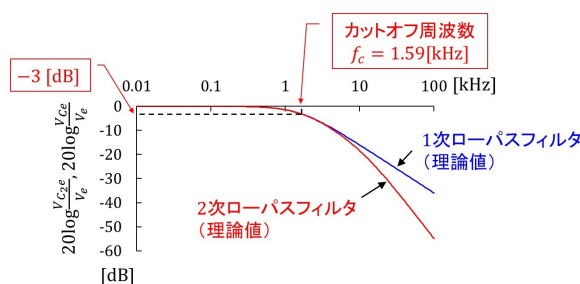


図 D.129: $R-C$ 回路による 2 次ローパスフィルタ ($f_c \approx f_{c1}$) の周波数特性 (1 次ローパスフィルタとの比較)

D.67 実験課題 14.2.3 解答 オペアンプによる 1 次ローパスフィルタの 2 段接続フィルタの計測実験

図 D.130 はオペアンプによる 1 次ローパスフィルタを 2 段接続したフィルタの周波数特性です。1.63 [kHz] のとき電圧比が -6 [dB] でした。また、このときの V_3 の V_1 に対する位相差が -90° でした。同図には理論値を重ねて示してあります。実測値は理論値とよく一致しました。

(実験 14.2.3 へもどる。)

D.68 実験課題 14.2.4 解答 バターワースフィルタの計測実験

実験 11.5.1 の 1 次ローパスフィルタでは $C = 0.01[\mu\text{F}]$, $R = 10[\text{k}\Omega]$ でした。よって、この 1 次ローパスフィルタのカットオフ周波数を f_{c1} とすると

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi CR} = 1.59[\text{kHz}] \quad (\text{D.203})$$

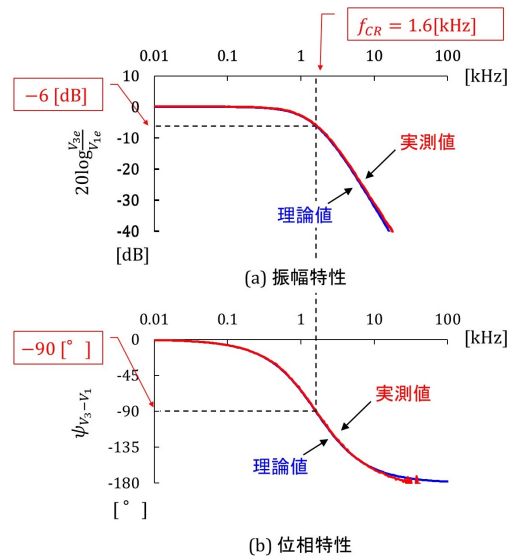


図 D.130: オペアンプによる 1 次ローパスフィルタの 2 段接続フィルタの周波数特性

でした. 図 14.12 のバターワースフィルタのカットオフ周波数を f_{c2} , バターワースフィルタの抵抗を R_B , C_B とすると, (14.44) 式より

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}C_BR_B} \quad (\text{D.204})$$

です. よって,

$$f_{c2} = f_{c1} \quad (\text{D.205})$$

とする C_B , R_B は

$$C_BR_B = \frac{CR}{\sqrt{2}} \quad (\text{D.206})$$

と求まります.

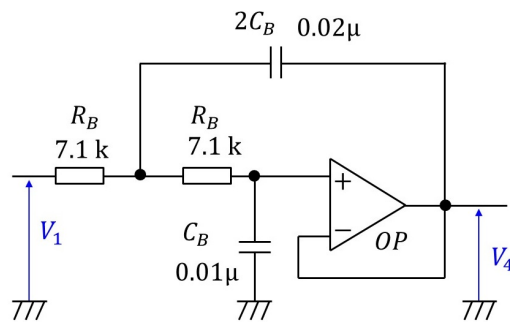


図 D.131: バターワースフィルタの設計例

図 D.131 はバターワースフィルタの設計例です. このフィルタのカットオフ周波数 f_{c2} は

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}C_BR_B} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2} \times 0.01 \times 10^{-6} \times 7.1 \times 10^3} = 1.59 [\text{kHz}] \quad (\text{D.207})$$

です。

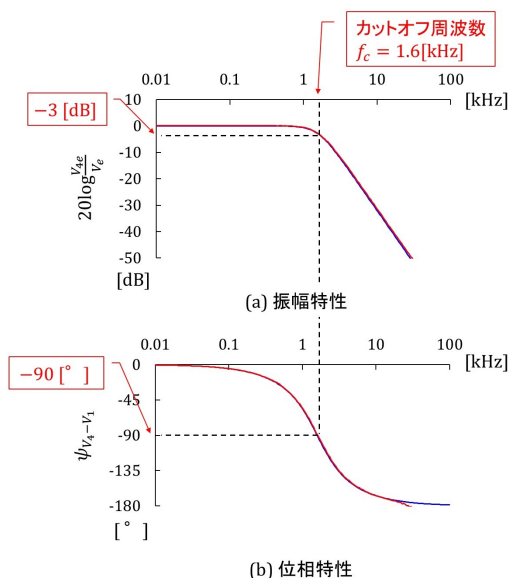


図 D.132: バターワースフィルタの周波数特性

図 D.132 はバターワースフィルタの周波数特性です。電圧比を -3 [dB] とするカットオフ周波数は 1.6 [kHz] でした。同図には理論値を重ねて示してあります。実測値は理論値とよく一致しました。

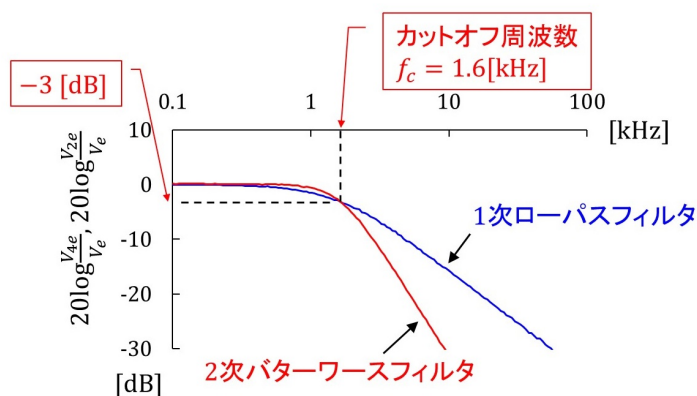


図 D.133: バターワースフィルタの周波数特性（1次ローパスフィルタとの比較）

図 D.133 は1次ローパスフィルタの振幅特性との比較を示します。両者のカットオフ周波数はほぼ一致しました。バターワースフィルタは1次ローパスフィルタと比べて 0 [dB] である周波数域が広い特性を持っています。言い換えれば通過域がより平坦な特性を持っています。

課題ではありませんが、図 14.10 のオペアンプの2段接続フィルタにおいて、カットオフ周波数を本実験のバターワースフィルタと同じに設定して実験を行った結果を図 D.134 にバターワースフィルタの結果と比較して示します。この結果においても、バターワースフィルタの方が通過域がより平坦です。

試しに、次式により波形データを生成して、関数発生器 (Signal Generator) に読み込み、W1-G ピン間

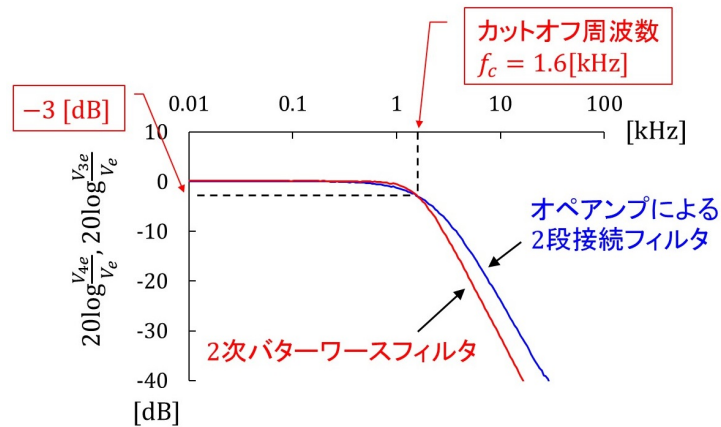


図 D.134: バターワースフィルタの周波数特性（オペアンプ2段接続フィルタとの比較）

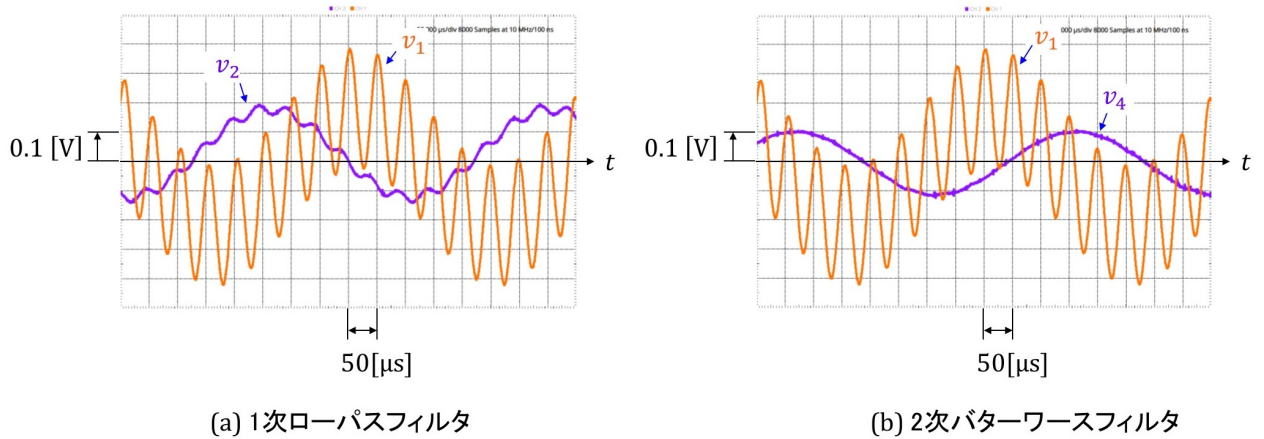


図 D.135: 波形によるフィルタ効果の比較実験

に出力して、フィルタに印加してみました。基本波の周波数を 2 [kHz] としました。

$$v_1 = \sin \omega t + \sin 10\omega t \quad (\text{D.208})$$

図 D.135 はその実験結果です。(a) は実験 11.5.1 の 1 次ローパスフィルタの入力電圧 v_1 と出力電圧 v_2 , (b) は本実験のバターワースフィルタの入出力電圧 v_1, v_4 です。入力電圧 v_1 に含まれる 20 [kHz] の高調波成分は、1 次ローパスフィルタでは除去し切れていませんが、バターワースフィルタではほぼ除去できました。(実験 14.2.4 へもどる。)

索引

- 1 次コイル, 165
- 1 次ハイパスフィルタ, 230
- 1 周期間の実効値, 109, 258
- 1 次ローパスフィルタ, 227, 229
- 2 次コイル, 165
- 2 乗平均のルート, 40
- 2 次ローパスフィルタ, 231, 232
- 3 相回路, 185
- 3 相交流, 184

- AC RMS, 112
- AC voltage, 19
- Amplitude, 28, 244, 258
- Application Window Area, 200, 263
- auto, 30, 252

- Buffer, 204, 249

- Connect, 26
- Cursors, 269
- Curve Style, 33, 257
- CUSTOM SELECTION, 259
- Cycle RMS, 109, 258

- dB, 135, 151
- dB/dec, 421
- dBFS, 265
- dBu, 265
- dBV, 265
- DC Filtering, 137, 267
- DC voltage, 429
- △ 形結線, 188
- △ 形結線負荷, 192
- Display All, 258
- Dots, 33, 257
- Double click to detach a tool, 29, 200, 248
- Duty Cycle, 246

- Export, 139, 202, 262
- External, 31, 253

- Falling Edge, 31, 253
- Falling Ramp Sawtooth, 248
- Flat top, 201, 264

- General Settings, 139

- H, 161
- High, 31, 253
- Horizontal, 259
- Hysteresis, 31, 254

- Independent, 178, 274
- INTERNAL, 31, 253

- Linear, 201, 265
- Lines, 33, 257
- Load file, 204, 250
- Logarithmic, 201, 265
- Low, 31, 253

- Magnitude, 269
- Math, 104, 260
- Measure, 105, 108, 257, 259
- Memory depth, 33, 257

- NOISE, 29
- normal, 31, 253

- Offset, 28, 245
- Oscilloscope, 238, 251

- Peak Amplitude, 28
- Phase, 28, 269
- Position, 32, 256
- Power Supply, 178, 273
- Print, 33, 34, 256, 261
- Probe Attenuation, 33

- Q, 146

- $R - C$ 直列回路, 37

- REFERENCE, 267
References, 29, 200, 248, 263
Reset, 110, 259
Rising Edge, 31, 253
Rising Ramp Sawtooth, 248
R-L 直列回路, 37
RMS, 112
RMS 値, 40

Sample, 200, 264
Sample count, 268
Sample Rate, 205
Sawtooth, 248
Scopy, 25
s/Div, 32
Settling Time, 137, 267
Signal Generator, 27, 238
Sine, 28, 244
Single, 138, 269
Smooth, 33, 257
Software AC Coupling, 34
Spectrum Analyzer, 197, 263
Square, 246
Stairs, 33, 257
STATISTICS, 259
Stats, 108, 259
Sticks, 33, 257
Save, 260
Sweep, 201

Thickness, 256
Time Base, 32
TIMING, 247
TI ピン, 31, 253
Tracking, 274
Tracking Ratio Control, 178, 274
Trapezoidal, 247
Traiangle, 248
Trigger Condition, 31, 253
Trigger Level, 31, 254
Trigger mode, 30, 252
Trigger Source, 31, 253

USB 計測器 ADALM2000, 18
VA, 115
Var, 111, 115
VERTICAL, 256
Vertical, 259
Vertical Position, 32, 256
Voltmeter, 338
Volts/Div, 32, 256
Vpeak, 202, 265
Vrms, 265

W, 114
Waveform, 28

Y 形結線, 188
Y 形結線負荷, 192

アドミタンス, 77
アドミタンスの位相角, 84
アドミタンスの大きさ, 84
アドミタンスベクトル, 84

位相, 28, 35, 269
位相角, 55
位相差, 36
位相特性, 226
1 次コイル, 165
1 次ハイパスフィルタ, 230
1 次ローパスフィルタ, 227, 229
1 周期間の実効値, 109, 258
インダクタンス, 43
インダクタンスの複素数表示, 61
インピーダンス, 64
インピーダンスの位相角, 84
インピーダンスの大きさ, 84
インピーダンスベクトル, 84

枝, 22, 121

オームの法則, 39, 40, 43, 60, 275
オシロスコープ, 238, 251
オシロスコープのトリガ設定, 30, 252
オス - オス・ジャンパーワイヤ, 15
オス - メス・ジャンパーワイヤ, 15
オペアンプ IC, 17, 173
オペアンプの記号, 173

カーソル, 269
開始位相を設定, 245

- 階段, 33, 257
外部信号源, 31, 253
外部トリガ信号, 238
角周波数, 34
重ねの理, 124, 197, 218
加算回路, 180
片対数グラフ, 133
カットオフ周波数, 226
過渡状態, 38
過渡現象, 38
カラーコード, 13
カラーコード表, 15
簡易変成器, 164
関数発生器, 27, 238

規格化, 105
奇関数, 212
基準信号, 267
起磁力, 168
寄生キャパシタンス, 389
基本波, 196
基本波成分, 210
キャパシタンス, 45
共振角周波数, 147
共振周波数, 145, 156
虚数単位, 55
キルヒホッフの電圧則, 23, 58
キルヒホッフの電流則, 22, 59

偶関数, 212, 213
矩形波の設定, 246

計算機能, 104, 260
計測, 257
計測機能, 105
結合係数, 169
減衰比, 33, 257

コイルの並列接続, 50
合成アドミタンス, 78
合成インダクタンス, 49, 50
合成インピーダンス, 65
合成キャパシタンス, 52, 53
合成抵抗, 46, 48
交流電圧, 19
交流電源, 21

弧度法, 20
コンダクタンス, 77
コンデンサ, 14
コンデンサの直列接続, 51
コンデンサの並列接続, 53

鎖交する, 167
サセプタンス, 77
三角波, 248
3 相回路, 185
3 相交流, 184
サンプルデータ数, 268

ジーメンス, 77
磁気結合, 164
自己インダクタンス, 161
磁束, 161
実効値, 39
周期, 20
周期的な非正弦波, 195
周期的な非正弦波の実効値, 220, 221
周波数, 20
周波数スペクトル, 197
周波数の設定, 29, 245
出力抵抗, 173
瞬時値, 20
瞬時値表示, 55
瞬時電力, 99
使用メモリ量, 33, 257
初期電荷, 38
進相, 36
振幅, 20
振幅特性, 225

水準より高い電圧, 31, 253
水準より低い電圧, 31, 253
スペクトル解析器, 197, 263

制御電圧源, 173
線形回路, 119
正弦波, 19, 28, 244
正負対称関数, 213, 214
正／負電圧源, 238
積層セラミックコンデンサ, 14
接続ボタン, 26
接地線, 183

- 節点, 22, 121
- 節点解析法, 121
- 線間電圧, 186
- 線形素子, 119
- 線電流, 186
- 線のスタイル, 33, 257
- 線の太さ, 33, 256

- 掃引, 137, 268
- 相互インダクタンス, 162
- 相電圧, 186
- 送電線, 183
- 相電流, 189
- ソフトウェア AC 結合, 34

- 第 n 高調波, 210
- 台形波, 247
- 第 5 高調波, 196
- 第 3 高調波, 196
- 対数目盛, 201, 265
- タイミング, 247
- 立ち上がり波形, 31, 253
- 立ち下がり波形, 31, 253
- 縦軸, 256
- 縦軸上の位置, 256
- 単相回路, 186

- 遅相, 36
- 中性点, 188
- 直線補間, 33, 257
- 直流成分, 28, 245
- 直流電圧, 19
- 直流電圧源, 238
- 直列共振, 143

- 定形波形, 28
- 抵抗, 15, 43
- 抵抗の消費電力, 104
- 定常状態, 38
- データ平均化法, 264
- デシベル, 135, 151
- デュアルウィンドウ, 29, 248
- デューティサイクル, 246
- Δ 形結線, 188
- Δ 形結線負荷, 192
- 点, 33, 257

- 電圧計, 338
- 電圧源, 120
- 電圧増幅度, 174
- 電圧比, 269
- 電圧ベクトル, 86
- 電圧／目盛, 256
- 電源, 273
- 電流源, 120
- 電流・電圧の向き, 21
- 電流ベクトル, 86
- 電力, 99

- 統計値, 259
- 度数法, 20
- トランス, 164
- トリガ時点, 32, 254, 256
- トリガ条件, 31, 253
- トリガ信号源, 31, 253
- トリガ水準, 31, 254
- トリガ設定, 30
- トリガモード, 30, 252

- 内部アドミタンス, 120
- 内部インピーダンス, 120, 126, 129
- 内部信号源, 31, 253
- 内部抵抗, 150
- 内部トリガ信号, 238
- 滑らか補間, 33, 257

- 2 次コイル, 165
- 2 乗平均のルート, 40
- 2 次ローパスフィルタ, 231, 232
- 入力抵抗, 173
- 任意波形発生機能, 204, 249

- ノイズ, 245
- のこぎり波, 248

- バーチャルショート, 175
- パーミアンス, 168
- パール, 111, 115
- 配電線, 183
- ハイパスフィルタ, 228
- バターワースフィルタ, 235
- バランス条件, 130
- 反転増幅回路, 174, 176

ピーク - ピーク間電圧, 28, 244, 258

ヒステリシス, 31, 254

ひずみ波交流, 195

ひずみ波交流の皮相電力, 222

ひずみ波交流の有効電力, 222

ひずみ波交流の力率, 222

皮相電力, 115

非反転増幅回路, 180

ピン配置, 173

ピン番号, 173

ファラデーの法則, 161

フィルタ, 201, 225

フーリエ級数, 210

フーリエ係数, 210

負荷, 99

負荷インピーダンス, 165

複素数表示, 56

普通目盛, 201, 265

不平衡負荷, 191

ブリッジ回路, 130

ブレッドボード, 16

プローブ減衰比, 33, 257

平衡負荷, 191

並列共振, 154

閉路, 22, 121

閉路解析法, 122

ベクトル軌跡, 84, 89

変成器, 164

ヘンリー, 161

棒グラフ, 33, 257

鳳 - テブナンの定理, 126

保存, 139

ボルトアンペア, 115

マルチウィンドウ, 29, 248

無効電力, 115

漏れ磁束, 167

漏れ磁力線, 167

有効電力, 114

誘導性負荷, 115

誘導性リアクタンス, 62

容量性負荷, 115

容量性リアクタンス, 64

リアルタイム計測値, 259

力率, 114

力率角, 114

リセットボタン, 110

両対数グラフ, 133

ローパスフィルタ, 225

Y 形結線, 188

Y 形結線負荷, 192

ワット, 114